Linköpings Universitet
IDA/STIMA-Statistik
LH

732G20 Statistisk teori I

TENTAMEN I STATISTISK TEORI I, 2018-03-26

Skrivtid:	kl: 8-12
Hjälpmedel:	Räknedosa. Kursboken av DeGroot/Schervish, som ska vara fri från anteckningar, men får innehålla understrykningar/överstrykningar samt flärpar för kapitel/avsnitt
Jourhavande lärare:	Lotta Hallberg
Betygsgränser:	För godkänt krävs minst 12 av 20 poäng och för väl godkänt krävs minst 16 av 20 poäng.

Redovisa och motivera kort alla dina lösningar

1

Låt slumpvariabeln X ha täthetsfunktion $f(x) = \frac{x}{50}$ $då$ $0 < x < 10$. Annars är tätheten 0.
Beräkna:

a) Väntevärdet för X 1p
b) Medianen för X 1p
c) Typvärdet (mode) för X 1p

2

Låt slumpvariabeln $X \sim \exp(\lambda)$. Låt vidare $Y = e^{-X}$.

a) Beräkna väntevärde och varians för Y approximativt med hjälp av Gauss approximationsformler. Sätt därefter in värdet 10 på λ. 2,5p
b) Beräkna väntevärde och varians för Y exakt utan att ta fram täthetsfunktionen till Y. Sätt därefter in värdet 10 på λ. 2p
c) Beräkna fördelningsfunktionen till Y. 1,5p

3

Låt slumpvariabeln X vara antalet lyckade försök bland 10 oberoende försök. Så X är $Bin(10, p)$
Anta att följande hypoteser ska testas.

$H_0: p = 0{,}3$ mot $H_a: p > 0{,}3$ Som förkastelseområde väljs $X \geq 7$.

a) Beräkna sannolikheten för typ I fel. 2p
b) Beräkna sannolikheten för typ II fel då $p = 0{,}5$. 2p

Använd gärna den tabellen i boken.

4

Låt slumpvariablerna X och Y vara oberoende och normalfördelade.

$E[X] = 0 \quad Var[X] = 1 \quad E[Y] = 5 \quad Var[Y] = 2$

Bestäm fördelningen för $5X + 2Y$ med hjälp av momentgenererande funktion. 3p

5

Låt slumpvariabeln X vara $N\left(0, \frac{1}{\theta}\right)$, där $\frac{1}{\theta}$ är variansen för X. Anta vidare att ett stickprov av storlek n dras på X.

a) Skatta parametern θ med momentmetoden. 2p

b) ML-skatta parametern θ. 2p

Härledningarna ska tydligt redovisas.

6

Jag har x bonuspoäng. Ange x. xp