

TENTAMEN I STATISTISK TEORI I, 2018-01-16

- Skrivtid:** kl: 8-12
Hjälpmedel: Räknedosa. Kursboken av DeGroot/Schervish, som ska vara fri från anteckningar, men får innehålla understrykningar/överstrykningar samt flärpar för kapitel/avsnitt
Jourhavande lärare: Lotta Hallberg
Betygsgränser: För godkänt krävs minst 12 av 20 poäng och för väl godkänt krävs minst 16 av 20 poäng.

Redovisa och motivera kort alla dina lösningar

Tolka (om möjligt) alla dina resultat!

1

Antalet trafikolyckor i en slumpmässigt vald korsning kan antas vara Poisson-fördelad med väntevärde m , där m kan ses som en slumpvariabel som är gammafördelad med parametrar $\alpha = 2$ och $\beta = 2$. Bestäm väntevärde och varians för olycksantalet i en slumpmässigt vald korsning.

Tips; använd betingade väntevärden och varianser 3p

2

Låt slumpvariabeln $X \sim \exp(\lambda)$. Låt vidare $Y = e^{-X}$.

- Beräkna väntevärde och varians för Y approximativt med hjälp av Gauss approximationsformler. Sätt därefter in värdet 10 på λ . 2,5p
- Beräkna väntevärde och varians för Y exakt utan att ta fram täthetsfunktionen till Y . Sätt därefter in värdet 10 på λ . 2p
- Beräkna fördelningsfunktionen till Y . 1,5p

3

På Grangården kan man köpa säckar med om ca 15kg mineraler för hästar. För att undersöka hur stor standardavvikelsen är mellan säckarna så väljer man slumpmässigt ut 25 säckar ur produktionen och väger dem. Låt X vara vikten för en slumpmässigt vald säck. Anta att $X \sim N(\mu, \sigma^2)$

Man beräknade standardavvikelsen

$$s = \sqrt{\frac{1}{24} \sum (x_i - \bar{x})^2} = 0,292.$$

- Testa hypoteserna $H_0: \sigma = 0,2$ mot $H_a: \sigma > 0,2$. Signifikansnivå 10% 2p
- Beräkna styrkan i testet då $\sigma = 0,31$ 2p

4

I trafikteoretiska sammanhang brukar man studera antalet bilar X som ligger i kö efter den så kallade köledaren. Under vissa förutsättningar kan man visa att X har den så kallade Borel-Tanner – fördelningen:

$$f(x) = \frac{\theta^x e^{-\theta}}{x!}, \quad x = 1, 2, 3, \dots$$

Du får utnyttja utan att visa att $E[X] = \frac{1}{1-\theta}$

- Härled Maximum Likelihood (ML)-skattningen av θ , och beräkna den numeriskt då man i ett stickprov av storleken 100 fått medelvärdet $\bar{x} = 5,0$ 2p
- Beräkna ett approximativt 95% konfidensintervall för θ med hjälp av ML-skattningars asymptotiska egenskaper. Du får använda skattning av θ i variansen. Beräkna även intervallet numeriskt. 2p
- Skatta θ med momentmetoden. 1p
- Nu ska θ skattas med Bayes metod (kvadratisk förlustfunktion). Låt prior-fördelningen vara $\pi(\theta) = 1$. Skatta θ . 2p

5

Jag har x bonuspoäng. Ange x.

xp