

## TENTAMEN I STATISTISK TEORI I, 2017-10-26

<b>Skrivtid:</b>	kl: 8-12
<b>Hjälpmedel:</b>	Räknedosa. Kursboken av DeGroot/Schervish, som ska vara fri från anteckningar, men får innehålla understrykningar/överstrykningar samt flärpar för kapitel/avsnitt
<b>Jourhavande lärare:</b>	Lotta Hallberg
<b>Betygsgränser:</b>	För godkänt krävs minst 12 av 20 poäng och för väl godkänt krävs minst 16 av 20 poäng.

Redovisa och motivera kort alla dina lösningar

---

Tolka (om möjligt) alla dina resultat!

1

Lådor packas med 1 paket socker, 2 paket vetemjöl, 10 paket frukostflingor och 6 paket havregryn. Låt slumpvariablerna ha följande fördelning:

$$X_1 = \text{vikten för ett paket socker} \sim N(2kg, 0.3kg = \sigma_1)$$

$$X_2 = \text{vikten för ett paket vetemjöl} \sim N(2kg, 0.1kg)$$

$$X_3 = \text{vikten för ett paket frukostflingor} \sim N(750g, 50g)$$

$$X_4 = \text{vikten för ett paket havregryn} \sim N(500g, 10g)$$

Bortse från lådans vikt. Alla paket har oberoende vikt.

Om en låda väljs slumpmässigt, Hur stor är sannolikheten att den väger mer än 17 kg?

3p

2

Låt slumpvariabeln  $X$  ha täthetsfunktion  $f(x) = x \cdot e^{-x^2/2}$ ,  $x > 0$

Härled täthetsfunktionen för  $Y = X^2$  samt identifiera vilken fördelning det är och ange parametervärdet i den fördelningen.

3p

3

Till en hopptävling med häst kan man anmäla sig på plats. För att arrangörerna ska få en vettig planering av dagen vill man beräkna den ungefärliga tiden hela hopptävlingen kommer att ta. Den utsatta totala tiden för varje ryttare är 3 minuter men eftersom det alltid kan hända saker så antar man att denna tid är en slumpvariabel med standardavvikelse 0.5 minuter. Anta normalfördelning för denna tid. Alla ryttares tid kan också ses som oberoende tider. Sen är ju problemet att vi inte i förväg vet hur många ryttare som kommer så vi antar att antalet ryttare som anmäler sig är en Poisson-fördelad variabel med väntevärde 50 ryttare. Beräkna nu den förväntade totala tiden för hopptävlingen samt dess standardavvikelse. Svara i timmar och minuter.

3p

Använd betingade väntevärden och varianser

4

Nu ska vi studera livslängder. Anta att  $X$  är livslängden hos en vital del i en kaffeautomat.  $X$  antas vara  $\text{gamma}(3, \beta)$ .

Ett stickprov om  $n = 70$  delar sätts på prov. Resultat:  $\sum_{i=1}^{70} x_i = 139,58$

- a) Visa att ML-skattningen på  $\beta$  är  $\hat{\beta} = \frac{3}{\bar{x}}$  2p
- b) Momentskatta  $\beta$  2p
- c) Visa att Fisher-informationen är  $\frac{3n}{\beta^2}$  2p

Anta att man vill pröva hypoteserna:

$H_0: \beta \geq 2$  mot  $H_1: \beta < 2$

- d) Beräkna ett 90% uppåt begränsat konfidensintervall för  $\beta$  med hjälp av hjälp av ML-skattningars asymptotiska egenskaper. Använd detta intervall för att testa hypoteserna. 3p

Anta nu att  $\beta$  ska skattas med Bayes metod. Anta då att  $\beta$  har täthetsfunktion

$$f(\beta) = 2e^{-2\beta}, \quad \beta > 0.$$

- e) Skatta  $\beta$  med Bayes metod (Kvadratisk förlustfunktion) 2p

5

Jag har x bonuspoäng. Ange x.

xp