

Försättsblad till skriftlig tentamen vid Linköpings universitet



Datum för tentamen	2016-10-31
Sal (1)	<u>TER3</u>
Tid	8-12
Kurskod	732G20
Provkod	TEN1
Kursnamn/benämning Provnamn/benämning	Statistisk teori I Tentamen
Institution	IDA
Antal uppgifter som ingår i tentamen	5
Jour/Kursansvarig Ange vem som besöker salen	Lotta Hallberg
Telefon under skrivtiden	013-281657
Besöker salen ca klockan	10
Kursadministratör/kontaktperson (namn + tfnr + mailaddress)	Annelie Almquist
Tillåtna hjälpmedel	Räknedosa. Kursboken av DeGroot/Schervish, som ska vara fri från anteckningar, men får innehålla understrykningar/överstrykningar samt flärpar för kapitel/avsnitt
Övrigt	
Antal exemplar i påsen	

TENTAMEN I STATISTISK TEORI I, 2016-10-31

- Skrivtid:** kl: 8-12
Hjälpmedel: Räknedosa. Kursboken av DeGroot/Schervish, som ska vara fri från anteckningar, men får innehålla understrykningar/överstrykningar samt flärpar för kapitel/avsnitt
Jourhavande lärare: Lotta Hallberg
Betygsgränser: För godkänt krävs minst 12 av 20 poäng och för väl godkänt krävs minst 16 av 20 poäng.

Redovisa och motivera kort alla dina lösningar

Tolka (om möjligt) alla dina resultat!

1

Ledningen på en tidning ställer sig frågan om upplagenedgången kan bero på stressad personal. Man gör därför en undersökning tillsammans med en psykolog och finner att av de $n=40$ anställda som är med i undersökningen så känner sig $x=8$ personer stressade.

Skatta p = andelen stressade på företaget med hjälp av

- a) ML-metoden 1p
b) Bayes metod baserad på kvadratisk förlustfunktion. Anta som a priorifördelning $beta(2,4)$ 3p

Om vi vill undersöka om andelen stressade är större än 10% så prövar vi $H_0: p = 10\%$ mot $H_0: p > 10\%$.

- c) Beräkna p-värdet för detta test baserat på observationen ovan. Approximation tillåten. 1,5p

- d) För vilket p är styrkan minst 80% i detta test? Förkastelseområde är $\frac{x}{40} > 0,18$.
För att förenkla beräkningen kan du anta att p i medelfelet =0,2 2p

2

Låt slumpvariabeln X ha täthetsfunktion $f(x) = \frac{x}{50}$ då $0 < x < 10$. Annars är tätheten 0.

Beräkna:

- a) Väntevärdet för X 1p
b) Medianen för X 1p
c) Typvärdet (mode) för X 1p

3

Antalet defekter per kvadratmeter på ett tyg Y kan antas vara $Pois(\lambda)$. Men λ betraktas här som en slumpvariabel med täthetsfunktion $f(\lambda) = e^{-\lambda}$ för $\lambda > 0$.

Använd betingade väntevärden och varianser för att beräkna:

- a) Väntevärdet för Y 1,5p
b) Variansen för Y 2p

4

Täthetsfunktionen för en andel X är $f(x|\theta) = \theta x^{\theta-1}$ då $0 < x < 1$ $\theta > 0$. Ett stickprov om 50 obs drogs från X . Resultat: $\sum_{i=1}^{50} x_i = 36.491$, $\sum_{i=1}^{50} \ln x_i = -18.236$

a) Låt $Y = -\ln X$. Visa att $Y \sim \exp(\theta)$. 2p

Vi vet då att $T = \sum_{i=1}^n Y_i = -\sum_{i=1}^n \ln X_i \sim \text{gamma}(n, \theta)$. Detta behöver du inte visa.

b) ML-skattningen på θ är $\hat{\theta} = -\frac{n}{\sum \ln X_i}$. Undersök med hjälp av teorin ovan om $\hat{\theta}$ är en väntevärdesriktig skattning av θ . 2p

c) Använd ML-skattningarnas asymptotiska egenskaper och bilda ett 95% konfidensintervall för θ . 2p

5

Jag har x bonuspoäng. Ange x.

xp