Arken

Försättsblad till skriftlig tentamen vid Linköpings universitet

(fylls i av ansvarig)

Datum för tentamen	2011-06-16
Sal	TER1
Tid	8-12
Kurskod	732G20
Provkod	TEN1
Kursnamn/benämning	Statistisk teori I Tentamen
Institution	*IDA*
Antal uppgifter som ingår i tentamen	6
Antal sidor på tentamen (inkl. försättsbladet)	
Jour/Kursansvarig	Lotta Hallberg
Telefon under skrivtid	
Besöker salen ca kl.	kl 10
Kursadministratör (namn + tfnnr + mailadress)	Madeleine Dahlqvist, 282360
Tillåtna hjälpmedel	Miniräknare, ett blad om Gauss approximationsformler, läroboken av Tamhane/Dunlop och författarnas errata. Boken får ej innehålla anteckningar.
Övrigt (exempel när resultat kan ses på webben, betygsgränser, visning, övriga salar tentan går i m.m.)	
Vilken typ av papper ska användas, rutigt eller linjerat	
Antal exemplar i påsen	

Tentamen, Linköpings universitet, Institutionen för datavetenskap, Statistik

Kurskod och namn:	732G20 Statistisk teori I
Datum och tid:	2011-06-16 kl 08-12
Jourhavande lärare:	Lotta Hallberg
Tillåtna hjälpmedel:	Miniräknare, ett blad om Gauss approximationsformler, läroboken av Tamhane/Dunlop och författarnas errata. Boken får ej innehålla anteckningar.

Tentan kan ge 15 poäng. Gränserna planeras till 12 för VG och 9 för G.

1. (3 poäng) Slumpvariabeln X har täthetsfunktion $f(x) = \begin{cases} \theta x^{\theta-1}e^{-x^\theta} & \text{om} \quad x \geq 0 \\ 0 & \text{om} \quad x < 0 \end{cases}$

   där θ är en positiv konstant.

   (a) Visa att f är en täthetsfunktion.

   (b) Beräkna medianen om $\theta = 0.5$.

2. (4 poäng) Slumpvariabeln X kan anta de hela talen 1, 2 och 3 med sannolikheter enligt följande tabell

x	$P(X = x)$
1	θ
2	$1 - 2\theta$
3	θ

   där θ är en konstant, $0 \leq \theta \leq 0.5$.

   (a) Varför kan man inte skatta θ med momentmetoden så som momentmetoden framställs i kursboken?

   (b) Beräkna maximum likelihood-skattnignen av θ om ett stickprov om 6 observationer gett värdena `2, 1, 3, 2, 2, 3` .

   Antag i de följande deluppgifterna att $\theta = 0.2$.

   (c) Beräkna väntevärde och varians av X .

   (d) Y är summan av 1000 oberoende observationer på X . Beräkna väntevärde och varians av Y .

   (e) Beräkna $P(Y > 2025)$.

3. (2 poäng) Slumpvariabeln X kan anta de hela talen 1, 2 och 3 . (Uppgiften har ingenting med föregående huvuduppgift att göra trots denna likhet.) Antag att ett stickprov om 100 observationer sammanställts med utfall och absolut frekvens enligt följande tabell:

Utfall	Frekvens
1	40
2	31
3	29 .

Testa nollhypotesen $P(X = 1) = P(X = 2) = P(X = 3) = \frac{1}{3}$ på 5% risknivå.

4. (3 poäng) X är tvåpunktsfördelad med $P(X = 1) = \pi$ och $P(X = 0) = 1 - \pi$. I ett stickprov om 20 observationer har man fått 5 st. ettor.

   (a) Testa $\begin{array}{l} H_0 : \pi = 0.40 \\ H_1 : \pi < 0.40 \end{array}$ på 5% risknivå.

   (b) Beräkna testets styrka om $\pi = 0.10$.

5. (2 poäng)

   - X_1 är normalfördelad med väntevärde 16 och standardavvikelse 3 .
   - X_2 är normalfördelad med väntevärde 22 och standardavvikelse 5 .
   - X_1 och X_2 är oberoende.
   - $Y = X_1 + 3X_2$.

   Ange fördelning, väntevärde och standardavvikelse för Y.

6. (1 poäng) X är likformig kontinuerlig fördelning mellan $a - b/2$ och $a + b/2$ d.v.s. mittpunkten är a och "lådan" är b enheter lång, där $b > 0$. Väntevärdet är a och variansen är $b^2/12$. För ett stickprov om 20 observationer har man fått värdena:

```
4.5 2.4 4.3 1.7 1.6 3.3 3.9 3.1 5.3 3.3
3.1 4.9 2.0 2.0 5.1 2.2 3.6 2.3 3.7 1.4
```

som kan sammanfattas till $n = 20$, $\sum x = 63.7$, $\sum x^2 = 231.01$. Beräkna moment-skattningen av b .