IDA Arkiv

Försättsblad till skriftlig tentamen vid Linköpings Universitet

Datum för tentamen	2010-11-04
Sal (1) Om tentan går i flera salar ska du bifoga ett försättsblad till varje sal och ringa in vilken sal som avses	TER2
Tid	8-12
Kurskod	732G20
Provkod	TEN1
Kursnamn/benämning **Provnamn/benämning**	Statistisk teori I Tentamen
Institution	IDA
Antal uppgifter som ingår i tentamen	4
Jour/Kursansvarig Ange vem som besöker salen	Olle Eriksson
Telefon under skrivtiden	1437
Besöker salen ca kl.	0945
Kursadministratör/kontaktperson (namn + tfnr + mailaddress)	Carita Lilja 1463, carita.lilja@liu.se
Tillåtna hjälpmedel	
Övrigt	
Vilken typ av papper ska användas, rutigt eller linjerat	Rutigt
Antal exemplar i påsen	

Miniräknare
Gauss approximationsformler
Läroboken av Tamhane/Dunlop utan anteckningar

Tentamen, Linköpings universitet, Institutionen för datavetenskap, Statistik

Kurskod och namn:	732G20 Statistisk teori I
Datum och tid:	2010-11-04 kl 08-12
Jourhavande lärare:	Olle Eriksson
Tillåtna hjälpmedel:	Miniräknare, ett blad om Gauss approximationsformler, läroboken av Tamhane/Dunlop. Boken får ej innehålla anteckningar.

Tentan kan ge 15 poäng. Gränserna planeras till 12 för VG och 9 för G.

1. (5 poäng) Slumpvariabeln X har täthetsfunktion $f(x) = \frac{1}{2}e^{-|x-\theta|}$. Det är kanske enklare att tänka sig täthetsfunktionen uppdelad i två delar, $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^{-\theta+x} & \text{om} \quad x < \theta \\ \frac{1}{2}e^{-x+\theta} & \text{om} \quad x \geq \theta \end{cases}$.

   (a) Antag att $\theta = 2$. Visa att f är en täthetsfunktion.

   (b) Antag att $\theta = 2$. Beräkna $E[X]$.

   (c) Antag att $\theta = 2$. Beräkna den första kvartilen, alltså det tal Q_1 som har egenskapen $P(X \leq Q_1) = 0.25$.

   Ett stickprov om 5 observationer har gett värdena `0.4   0.6   1.5   2.0   2.6` . I de följande deluppgifterna ska du anta att θ är okänd.

   (d) Beräkna en skattning av θ med momentmetoden.

   (e) Beräkna en skattning av θ med maximum likelihood-metoden. Det kan visa sig bli orimligt svårt att söka en exakt analytisk lösning. I så fall ska du beskriva vad du försöker göra och ange vilket av värdena `1.3   1.4   1.5   1.6   1.7   1.8   1.9` som verkar ligga närmast den rätta lösningen och varför du tror det.

2. (3 poäng) I en låda finns 62 lampor. Man vill testa
   H_0: Det är högst 8 dåliga i lådan , H_1: Det är fler än 8 dåliga i lådan
   på 10% risknivå. En dålig lampa är i det här sammanhanget en lampa som inte når upp till vissa kvalitetskrav, men det är dyrt och omständligt att kontrollera det och man vill därför hålla ned stickprovsstorleken. Man har valt att stickprovsstorleken ska vara 10 och man tillämpar dragning utan återläggning.

   (a) Genomför testet om det fanns 3 dåliga i stickprovet.

   (b) Testet blir antagligen inte starkt med ett så litet stickprov. Vad blir styrkan om det är 15 dåliga i lådan? Du förväntas inte ge svaret som ett tal då det tar orimligt lång tid att räkna ut det. Visa istället tydligt hur svaret kan beräknas med symboler, formler och ekvationer. Du måste inte ange hur man löser de ekvationer du eventuellt använder. Om du använder symboler som inte finns i kursboken så måste de förklaras.

3. (3 poäng) Slumpvariabeln X är normalfördelad med väntevärde μ och standardavvikelse σ.

   (a) Antag att σ har värdet 4 och att den uppgiften är känd. Antag vidare att μ har värdet 8 men att den uppgiften är okänd. Hur stor styrka får man om man testar $H_0 : \mu = 10$, $H_1 : \mu < 10$ på 5% risknivå? Stickprovsstorleken ska vara 20 och man förutsätts använda den testmetod som passar bäst till den här situationen.

   (b) Antag nu att σ inte är känd. Beräkna ett 95% konfidensintervall för σ om man har ett stickprov om 10 observationer som gett värdena

   `8.9  8.9  7.5  4.3  4.2  2.9  16.5  5.6  5.2  8.5 .`

   Notera att man alltså inte har samma antal observationer här som man hade i den förra deluppgiften.

4. (4 poäng) Slumpvariabeln X kan anta heltalen 1 t.o.m. 5 med följande sannolihetsfunktion:

x	$P(X = x)$
1	0.1
2	0.1
3	0.2
4	0.2
5	0.4

   (a) Beräkna väntevärde och varians hos X .

   (b) Y är summan av 100 oberoende X . Beräkna väntevärde och varians hos Y .

   (c) Beräkna $P(Y > 390)$ med någon lämplig approximation.

   (d) Beräkna sannoliheten att ett stickprov om 15 slumpmässigt valda observationer av X ska fördela sig enligt följande tabell:

x	Antal
1	1
2	1
3	3
4	5
5	5 .

   Frågan avser att man inte ska ta hänsyn till ordning inom stickprovet.