Försättsblad till skriftlig tentamen vid Linköpings Universitet

Datum för tentamen	2013-02-09
Sal (1) Om tentan går i flera salar ska du bifoga ett försättsblad till varje sal och ringa in vilken sal som avses	TER3
Tid	8-12
Kurskod	732G71 o 732G05
Provkod	TENT
Kursnamn/benämning **Provnamn/benämning**	Statistik B Tentamen
Institution	IDA
Antal uppgifter som ingår i tentamen	4
Jour/Kursansvarig Ange vem som besöker salen	Tommy Schyman
Telefon under skrivtiden	Linda Wänström: 0736 524036
Besöker salen ca kl.	9.30 (Tommy)
Kursadministratör/kontaktperson (namn + tfnr + mailaddress)	carita.lilja@liu.se tel 1463
Tillåtna hjälpmedel	Miniräknare (valfri modell). Formelsamling (får innehålla markeringar och understrykningar men inte anteckningar). Kursbok: Bowerman, O'Connell, Koehler: Forecasting, Time Series, and Regression (alla upplagor tillåtna). (Får innehålla markeringar, understrykningar och flärpar men inte anteckningar). Det är okej om boken/formelsamlingen innehåller någon enstaka liten anteckning. Pilar och liknande

	tecken är okej. Det är också okej om det står någon liten not på flärparna.
Övrigt	Statistiska tabeller finns i boken som man bör ha med sig. För de som inte har med sig bok finns ett antal uppkopierade. Formelsamlingen får de som vill ha med sig (med under-strykningar och markeringar), men den finns bifogad tentan för de som inte har med sig.
Vilken typ av papper ska användas, rutigt eller linjerat	Rutigt
Antal exemplar i påsen	

Linköpings universitet
Linda Wänström
IDA/Statistik

Tentamen Statistik 732G71 samt 732G05

2013-02-09

Skrivtid: 08.00-12.00
Tillåtna hjälpmedel: *Miniräknare. Formelsamling* (får innehålla markeringar och understrykningar men inte anteckningar). *Kursbok:* Bowerman, O'Connel, Koehler: Forecasting, Time series, and Regression (alla upplagor tillåtna - får innehålla markeringar, understrykningar och flärpar, men inte anteckningar).
Betyg: För godkänt betyg krävs 12 av 20 poäng. För väl godkänt betyg krävs 16 av 20 poäng.
Jourhavande lärare: Tommy Schyman / Linda Wänström
Obs! PolKand-studenter samt studenter som läser fristående kurs skall skriva "732G05" på omslaget.
Redovisa och motivera kort alla dina lösningar. Lycka till!

Uppgift 1.

I en kiosk som säljer korv och hamburgare en månad under sommaren har den totala försäljningen sett ut på följande sett under åren 2008 till 2010.

År	Total försäljning (kr)	
	Korv	Hamburgare
2008	41000	76000
2009	42000	79000
2010	41000	83000

Försäljningen samt priserna för "grillkorv med bröd" samt "150 grams cheeseburgare" har sett ut på följande sett.

År	Grillkorv med bröd		150 grams cheeseburgare	
	Sålt antal	Pris	Sålt antal	Pris
2008	600	12	420	25
2009	580	13	430	28
2010	570	15	450	34

a) Beräkna ett sammansatt kedjeprisindex med årslänkar av Laspeyre-typ, som beskriver kioskens prisutveckling under de tre åren. Använd "grillkorv med bröd" samt "150 grams cheeseburgare" som representantvaror och år 2008 som basår. (4 p)
b) Vad kan du säga om prisutvecklingen mellan 2008 och 2010 utifrån dina beräkningar i a) ovan? (1 p)

Uppgift 2.

En försäljare har följande uppgifter över antal sålda enheter och relativpriset på en viss produkt under 7 år. Relativpriset är beräknat som produktens pris dividerat med en liknande produkts pris.

Antal sålda enheter	763	756	765	760	748	720	722
Relativpris	1.3	0.9	0.8	1.0	0.7	0.6	0.6

a) Ställ upp en modell där efterfrågan av produkten antas förklaras av dess (relativ)pris. (1 p)
b) Skatta produktens priselasticitet i modellen i a) ovan. (4 p)

Uppgift 3.

Nedan följer delar av en MINITAB-utskrift från en multipel linjär regressionsanalys där modellen $y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \epsilon$ har skattats med hjälp av uppgifter från 20 skolbarn och

$y =$ poäng på prov,
x_1 =antal frånvarotimmar,
x_2 =antal studietimmar hemma,
$x_3 = 1$ (om samhällsvetenskaplig inrikning) och 0 (om naturvetenskaplig inriktning).

Regression Analysis: y versus x1; x2; x3

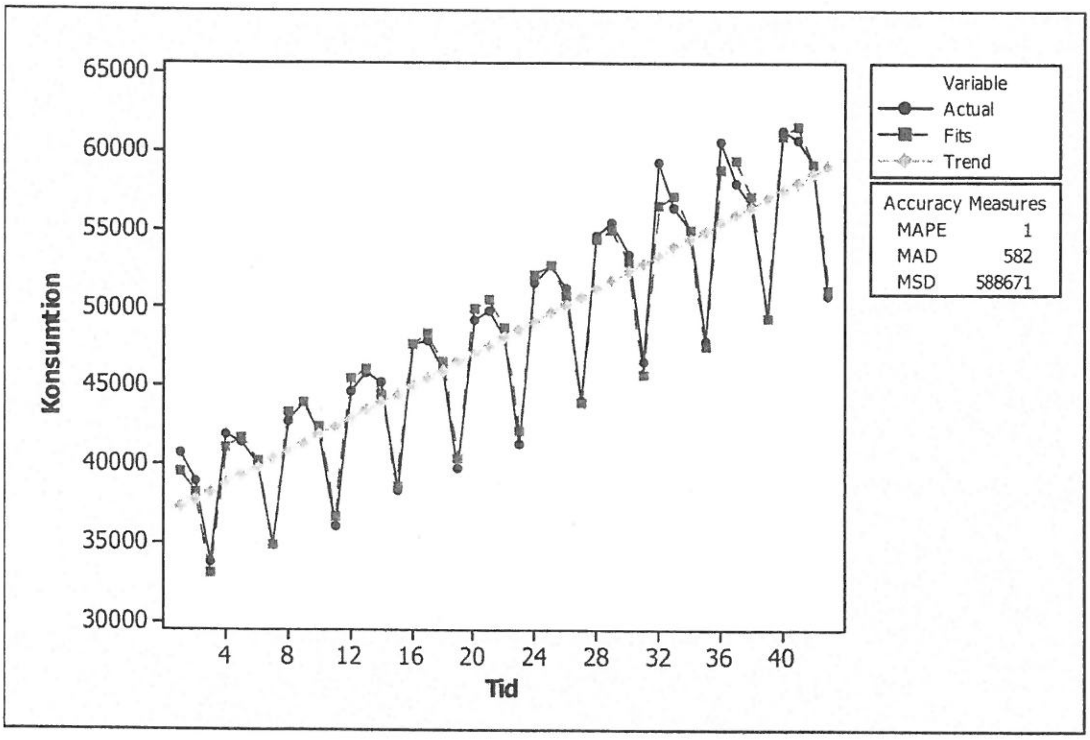
```
The regression equation is
y = 60,15 - 4,22 x1 + 7,59 x2 - 10,58 x3

Predictor         Coef     SE Coef
Constant       60,1473      3,5648
x1             -4,2189     0,71566
x2              7,5924      1,7016
x3             -10,580     3,54459

Analysis of Variance
Source                          SS
Regression                  695,26
Residual Error              373,29
```

a)Testa, på 5% signifikansnivå, om modellen som helhet är signifikant (dvs avgör med ett test om alla variabler bör finnas med i modellen). Vad är din slutsats? (3 p)
b) Beräkna förklaringsgraden och tolka den. (2 p)
c) Identifiera och tolka skattningen av β_3.(1 p)

Uppgift 4.

På nästa sida följer resultat från en klassisk komponentuppdelning i Minitab. Data (från SCB's hemsida) består av landstingens offentliga konsumtion i fasta priser (milj. kr) kvartalsvis mellan kvartal 1 år 2002 till kvartal 3 år 2012. Även delar av data redovisas nedan.

Kvartal	Konsumtion (milj. kr)
1:2002	40625
2:2002	38883
3:2002	33763
4:2002	41833
1:2003	41402
...	...




```
Data        Konsumtion
Length      43
NMissing    0


Fitted Trend Equation

Yt = 36642 + 520*t


Seasonal Indices

Period     Index
     1   1,06192
     2   1,01187
     3   0,86571
     4   1,06050


Accuracy Measures

MAPE        1
MAD       582
MSD    588671
```

a) Vilken typ av klassisk modell verkar ha skattats? Motvera ditt svar. (1 p)
b) Tolka säsongkomponenten (säsongindexet) för fjärde kvartalet. (1 p)
c) Gör en prognos för fjärde kvartalet 2012. (2 p)

LINKÖPINGS UNIVERSITET
Institutionen för datavetenskap
Statistik, ANd

732G71 STATISTIK B, 8p
Civilekonomprogrammet, år 2, Ht 09
Formelsamling

Formelsamling 2010-10-26

Enkel linjär regressionsanalys:

Modell:

$y_i = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_i + \varepsilon_i \qquad (= \alpha + \beta \cdot x_i + \varepsilon_i)$

där $\varepsilon \sim N(0, \sigma)$.

Anpassad regressionslinje:

$\hat{y} = b_0 + b_1 \cdot x \qquad (= a + b \cdot x_i)$

där

$$b_1 (= b) = \frac{\sum(x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sum(x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum x_i \cdot y_i - n \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2} =$$

$$= \frac{\sum x_i \cdot y_i - \frac{(\sum x_i) \cdot (\sum y_i)}{n}}{\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}} = \frac{n \cdot \sum x_i \cdot y_i - (\sum x_i) \cdot (\sum y_i)}{n \cdot \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

$b_0 (= a) = \bar{y} - b_1 \cdot \bar{x}$

Kvadratsummor:

Total: $SST = SS_{yy} = (n-1) \cdot s_y^2 = \sum(y_i - \bar{y})^2 = \sum y_i^2 - n \cdot (\bar{y})^2 = \sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n}$

$SS_{xx} = (n-1) \cdot s_x^2 = \sum(x_i - \bar{x})^2 = \sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2 = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}$

$SS_{xy} = \sum(x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y}) = \sum x_i \cdot y_i - n \cdot (\bar{x}) \cdot (\bar{y}) = \sum x_i \cdot y_i - \frac{(\sum x_i) \cdot (\sum y_i)}{n}$

Residual: $SSE = \sum(y_i - \hat{y}_i)^2 = SS_{yy} - b_1 \cdot SS_{xy} = \sum(y_i - \bar{y})^2 - b_1 \cdot \sum(x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y}) = \sum y_i^2 - b_0 \cdot \sum y_i - b_1 \cdot \sum x_i \cdot y_i$

Regression: $SSR = \sum(\hat{y}_i - \bar{y})^2 = SST - SSE$

Variansskattning

$$\widehat{\sigma^2} = s^2 = s_e^2 = MSE = \frac{SSE}{n-2} = \frac{\sum(y_i - \hat{y}_i)^2}{n-2}$$

$$s = s_e = \sqrt{MSE} = \sqrt{\frac{SSE}{n-2}} = \sqrt{\frac{\sum(y_i - \hat{y}_i)^2}{n-2}}$$

Förklaringsgrad:

$$r^2 = \frac{SSR}{SST} = \frac{\sum(\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum(y_i - \bar{y})^2} = 1 - \frac{SSE}{SST}$$

Korrelationskoefficient:

$$r = \frac{\sum(x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum(x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum(y_i - \bar{y})^2}} = \frac{\sum x_i \cdot y_i - n \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sqrt{(\sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2) \cdot (\sum y_i^2 - n \cdot (\bar{y})^2)}} =$$

$$= \frac{\sum x_i \cdot y_i - \frac{(\sum x_i) \cdot (\sum y_i)}{n}}{\sqrt{(\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}) \cdot (\sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n})}} = \frac{n \cdot \sum x_i \cdot y_i - (\sum x_i) \cdot (\sum y_i)}{\sqrt{(n \cdot \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2) \cdot (n \cdot \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2)}}$$

Konfidensintervall, prognosintervall och hypotesprövning

Stickprovsfördelningar:

$$b_1 \sim N\left(\beta_1, \frac{\sigma}{\sqrt{\sum(x_i - \bar{x})^2}}\right)$$

$$b_0 \sim N\left(\beta_0, \sigma \cdot \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(\bar{x})^2}{\sum(x_i - \bar{x})^2}}\right)$$

$$b_0 + b_1 \cdot x_0 \sim N\left(\beta_0 + \beta_1 \cdot x_0, \sigma \cdot \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{\sum(x_i - \bar{x})^2}}\right)$$

Konfidensintervall för β_1:

$$b_1 \pm t_{[\alpha/2]}(n-2) \cdot \frac{s}{\sqrt{\sum(x_i-\overline{x})^2}} \qquad \left(\sum(x_i-\overline{x})^2 = \sum x_i^2 - n\cdot(\overline{x})^2 = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}\right)$$

Konfidensintervall för β_0:

$$b_0 \pm t_{[\alpha/2]}(n-2) \cdot s \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{n} + \frac{(\overline{x})^2}{\sum(x_i-\overline{x})^2}\right)} \qquad \left(\sum(x_i-\overline{x})^2 = \sum x_i^2 - n\cdot(\overline{x})^2 = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}\right)$$

Konfidensintervall för $\mu_{y|x_0} = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_0$:

$$b_0 + b_1 \cdot x_0 \pm t_{[\alpha/2]}(n-2) \cdot s \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{n} + \frac{(x_0-\overline{x})^2}{\sum(x_i-\overline{x})^2}\right)} \qquad \left(\sum(x_i-\overline{x})^2 = \sum x_i^2 - n\cdot(\overline{x})^2 = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}\right)$$

Prognosintervall för $y_0 = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_0 + \varepsilon_0$:

$$b_0 + b_1 \cdot x_0 \pm t_{[\alpha/2]}(n-2) \cdot s \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0-\overline{x})^2}{\sum(x_i-\overline{x})^2}\right)} \qquad \left(\sum(x_i-\overline{x})^2 = \sum x_i^2 - n\cdot(\overline{x})^2 = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}\right)$$

Formellt t-test av $H_0 : \beta_0 = 0$:

Testfunktion: $t = \frac{b_0}{s_{b_0}} = \frac{b_0}{s \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{n} + \frac{(\overline{x})^2}{\sum(x_i-\overline{x})^2}\right)}}$ $\qquad \left(\sum(x_i-\overline{x})^2 = \sum x_i^2 - n\cdot(\overline{x})^2 = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}\right)$

Jämför med $\pm t_{[\alpha/2]}(n-2)$

Formellt t-test av $H_0 : \beta_1 = 0$ *dvs inget samband mellan y och x:*

Testfunktion: $t = \frac{b_1}{s_{b_1}} = \frac{b_1}{\frac{s}{\sqrt{\sum(x_i-\overline{x})^2}}}$ $\qquad \left(\sum(x_i-\overline{x})^2 = \sum x_i^2 - n\cdot(\overline{x})^2 = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}\right)$

Jämför med $\pm t_{[\alpha/2]}(n-2)$

Formellt t-test av $H_0 : \beta_1 = B$ *(där B är något annat än 0):*

Testfunktion: $t = \frac{b_1 - B}{s_{b_1}} = \frac{b_1 - B}{\frac{s}{\sqrt{\sum(x_i-\overline{x})^2}}}$ $\qquad \left(\sum(x_i-\overline{x})^2 = \sum x_i^2 - n\cdot(\overline{x})^2 = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}\right)$

Jämför med $\pm t_{[\alpha/2]}(n-2)$

Vid enkelsidiga mothypotseser jämförs t med $t_{[\alpha]}(n-2)$ (eller med $-t_{[\alpha]}(n-2)$ beroende på mothypotesens riktning).

Formellt F-test av $H_0 : \beta_1 = 0$:

Testfunktion: $F = \frac{MSR}{MSE} = \frac{SSR/1}{SSE/(n-2)}$

Jämför med $F_{[\alpha]}(1, n-2)$

Multipel linjär regressionsanalys:

Modell:

$y_i = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_{i1} + \beta_2 \cdot x_{i2} + \ldots + \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i$

där $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma)$.

Anpassad modell:

$\hat{y} = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + \ldots + b_k \cdot x_k$

Kvadratsummor:

$SST=SSE+SSR$

Total: $SST = (n-1)\cdot s_y^2 = \sum(y_i-\bar{y})^2 = \sum y_i^2 - n\cdot(\bar{y})^2 = \sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n}$

Residual: $SSE = \sum(y_i - \hat{y}_i)^2$

Regression: $SSR = \sum(\hat{y}_i - \bar{y})^2 = SST - SSE$

SSE har $n-k-1$ frihetsgrader, SSR har k frihetsgrader.

Variansskattning:

$\widehat{\sigma^2} = s^2 = s_e^2 = MSE = \frac{SSE}{n-k-1}$

Förklaringsgrad:

$R^2 = \frac{SSR}{SST} = 1 - \frac{SSE}{SST}$

Justerad förklaringsgrad:

$R^2_{adj} = \bar{R}^2 = 1 - \frac{SSE/(n-k-1)}{SST/(n-1)} = 1 - \frac{\sum(y_i-\hat{y}_i)^2/(n-k-1)}{\sum(y_i-\bar{y}_i)^2/(n-1)} = 1 - \frac{s_e^2}{s_y^2}$

Konfidensintervall och hypotesprövning

Stickprovsfördelningar:

$b_j \sim N(\beta_j, \sigma_{b_j})$

Formellt F-test av $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \ldots = \beta_k = 0$:

Testfunktion: $F = \frac{MSR}{MSE} = \frac{SSR/k}{SSE/(n-k-1)}$

Jämför med $F_{[\alpha]}(k, n-k-1)$

Konfidensintervall för β_j:

$b_j \pm t_{[\alpha/2]}(n-k-1)\cdot s_{b_j}$

där s_{b_j} hämtas från datorutskrift.

Formellt t-test av $H_0 : \beta_j = 0$:

Testfuktion: $t = \frac{b_j}{s_{b_j}}$

Jämför med $t_{[\alpha/2]}(n-k-1)$

Konfidensintervall för $\mu_{y|x_{01},\ldots,x_{0k}}$:

$\hat{y}_0 \pm t_{[\alpha/2]}(n-k-1)\cdot s\sqrt{\text{Distance value}}$

där $s = \sqrt{MSE}$ och "Distance value" (eller $s\cdot\sqrt{\text{Distance value}}$) bestäms från datorutskrift.

Prognosintervall för y_0:

$\hat{y}_0 \pm t_{[\alpha/2]}(n-k-1)\cdot s\sqrt{1+\text{Distance value}}$

där $s = \sqrt{MSE}$ och "Distance value" (eller $s\cdot\sqrt{1+\text{Distance value}}$) bestäms från datorutskrift.

Partiellt F-test av $H_0 : \beta_{g+1} = \ldots = \beta_k = 0$:

Testfunktion: $F = \dfrac{(SSE_R - SSE_C)/(k-g)}{SSE_C/(n-k-1)} = \dfrac{(SSR_C - SSR_R)/(k-g)}{SSE_C/(n-k-1)}$

där

SSE_R =Residualkvadratsumman i den mindre (reducerade) modellen,

SSE_C =Residualkvadratsumman in den större (kompletta) modellen,

SSR_R =Regressionskvadratsumman i den mindre (reducerade) modellen,

SSR_C =Regressionskvadratsumman in den större (kompletta) modellen, och

$k-g$=skillnaden i antal förklaringsvariabler mellan modellerna.

Jämför med $F_{[\alpha]}(k-g, n-k-1)$.

Alternativ formel: $F = \dfrac{(R^2_{UR} - R^2_R)/r}{(1-R^2_{UR})/(n-k-1)}$

där R^2_{UR} =Förklaringsgraden i den större (kompletta, "unrestricted") modellen och R^2_R =Förklaringsgraden i den mindre (reducerade, "restricted") modellen och $r = k-g$

Jämför med $F_{[\alpha]}(r, n-k-1) = F_{[\alpha]}(k-g, n-k-1)$.

Variance Inflation Factor (VIF):

$VIF = \dfrac{1}{1-R_j^2}$

där R_j^2 =Förklaringsgraden i modell där x_j är y-variabel och övriga x-variabler är förklaringsvariabler.

Sekventiella kvadratsummor:

$SSR = SSR(x_1) + SSR(x_2|x_1) + \ldots + SSR(x_k|x_1, \ldots, x_{k-1})$

där $SSR(x_j|x_1, \ldots, x_{j-1})$ är tillskottet till SSR då variabel x_j läggs till en modell med variablerna $x_1, x_2, \ldots, x_{j-1}$.

Ett partiellt F-test av $H_0 : \beta_{g+1} = \ldots = \beta_k = 0$ kan då göras med testfunktionen

$F = \dfrac{(SSR(x_{g+1}|x_1, \ldots, x_g) + SSR(x_{g+2}|x_1, \ldots, x_{g+1}) + \ldots + SSR(x_k|x_1, \ldots, x_{k-1}))/(k-g)}{MSE}$, Jämför med $F_{[\alpha]}(k-g, n-k-1)$

förutsatt att variablerna matas in i ordningen $x_1, x_2, \ldots, x_k$ i modellen.

Exponentiella samband och elasticitetsmodeller:

Logaritmbeteckningar: $\lg x$ betyder 10-logaritmen av x, $\log x$ står för logaritm och man kan välja om man vill använda $\lg x$ eller $\ln x$ (den naturliga logaritmen). Samma sorts logaritm måste användas genomgående i en och samma analys.

Exponentiell modell: $y = \beta_0 \cdot (\beta_1)^x \cdot \delta$

där $\log\delta \sim N(0, \sigma)$

$\log y = \log\beta_0 + (\log\beta_1) \cdot x + \log\delta$

Anpassad modell: $\hat{y} = b_0 \cdot (b_1)^x$

där

$$\log b_1 = \frac{\sum(x_i - \bar{x}) \cdot (\log y_i - \overline{\log y})}{\sum(x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum x_i \cdot \log y_i - n \cdot \bar{x} \cdot \overline{\log y}}{\sum x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2} =$$

$$= \frac{\sum x_i \cdot \log y_i - \frac{(\sum x_i) \cdot (\sum \log y_i)}{n}}{\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}}$$

och $\log b_0 = \overline{\log y} - (\log b_1) \cdot \bar{x}$ $\quad [\overline{\log y} = \frac{1}{n}\sum \log y_i]$

Kvadratsummor, variansskattning och test:

$SST = \sum(\log y_i - \overline{\log y})^2 = \sum(\log y_i)^2 - n \cdot (\overline{\log y})^2$

$SSE = SST - (\log b_1) \cdot \sum(x_i - \bar{x}) \cdot (\log y_i - \overline{\log y}) = SST - (\log b_1) \cdot (\sum x_i \cdot \log y_i - n \cdot \bar{x} \cdot \overline{\log y}) =$

$\sum(\log y_i)^2 - (\log b_0) \cdot \sum \log y_i - (\log b_1) \cdot \sum x_i \cdot \log y_i$

$\widehat{\sigma^2} = \dfrac{SSE}{n-2}$

Test av $H_0 : \beta_1 = 1$ dvs inget samband mellan y och $x \Longleftrightarrow \log \beta_1 = 0$:

Testfunktion $t = \dfrac{\log b_1}{\sqrt{\frac{SSE/(n-2)}{\sum(x_i - \bar{x})^2}}}$, jämför med $t_{[\alpha/2]}(n-2)$

Elasticitetsmodeller:

Formler enligt AJÅ:

x_1=Pris, x_2=Inkomst

Modeller:

$\hat{y} = a \cdot x_1^e, \quad \hat{y} = a \cdot x_2^E, \quad \hat{y} = a \cdot x_1^e \cdot x_2^E$

e =priselasticitet, E =inkomstelasticitet

Anpassning av t.ex. $\hat{y} = a \cdot x_1^e$:

$\lg \hat{y} = a' + e \cdot \lg x_1, \quad a' = \lg a$

$$e = \frac{n \cdot \sum(\lg y) \cdot (\lg x_1) - (\sum \lg y) \cdot (\sum \lg x_1)}{n \cdot \sum(\lg x_1)^2 - (\sum \lg x_1)^2}$$

$SST = \sum(\lg y - \overline{\lg y})^2 = \sum(\lg y)^2 - \frac{\cdot(\sum \lg y)^2}{n}$

$SSE = SST - e \cdot \sum(\lg x_1 - \overline{\lg x}) \cdot (\lg y - \overline{\lg y}) = \sum(\lg y)^2 - a' \cdot \sum \lg y - e \cdot \sum(\lg x_1) \cdot (\lg y)$

$\widehat{\sigma^2} = \dfrac{SSE}{n-2} \qquad [\overline{\lg x} = \frac{1}{n} \sum \lg x_i$ och $\overline{\lg y} = \frac{1}{n} \sum \lg y_i]$

Test av H_0 : priselasticiteten $= B$ där B är ett ifrågasatt värde på priselasticiteten:

Testfunktion $t = \dfrac{e - B}{\sqrt{\frac{SSE/(n-2)}{\sum(\lg x_1 - \overline{\lg x_1})^2}}}$, jämför med $t_{[\alpha/2]}(n-2)$ och vid enkelsidig mothypotes med $t_{[\alpha]}^{(n-2)}$ eller $-t_{[\alpha]}^{(n-2)}$.

Formler enligt Mikroekonomin, Fö-anteckningar och datorövningar:

$Q = C \cdot (P)^{E_P} \cdot \delta$, $Q = C \cdot (I)^{E_I} \cdot \delta$

$Q = C \cdot (P)^{E_P} \cdot (I)^{E_I} \cdot \delta$

$\log Q = \log C + E_P \cdot \log P + \log \delta$

$\log Q = \log C + E_I \cdot \log I + \log \delta$

$\log Q = \log C + E_P \cdot \log P + E_I \cdot \log I + \log \delta$

där $\log \delta \sim N(0, \sigma)$

Exempel på anpassad modell: $\widehat{Q} = c \cdot (P)^{\widehat{E_P}}$, där $\widehat{E_P} = \dfrac{\sum(\log P_i - \overline{\log P}) \cdot (\log Q_i - \overline{\log Q})}{\sum(\log P_i - \overline{\log P})^2} =$

$= \dfrac{\sum(\log P_i) \cdot (\log Q_i) - n \cdot \overline{\log P} \cdot \overline{\log Q}}{\sum(\log P_i)^2 - n \cdot (\overline{\log P})^2}$ och

$\log c = \overline{\log Q} - \widehat{E_P} \cdot \overline{\log P}$ $\quad [\overline{\log P} = \frac{1}{n}\sum \log P_i$ och $\overline{\log Q} = \frac{1}{n}\sum \log Q_i]$

Kvadratsummor, variansskattning och test:

$SST = \sum(\log Q_i - \overline{\log Q})^2 = \sum(\log Q_i)^2 - n \cdot (\overline{\log Q})^2$

$SSE = SST - \widehat{E_P} \cdot \sum(\log P_i - \overline{\log P}) \cdot (\log Q_i - \overline{\log Q}) = SST - \widehat{E_P} \cdot \left[\sum(\log P_i) \cdot (\log Q_i) - n \cdot \overline{\log P} \cdot \overline{\log Q}\right] =$

$= \sum(\log Q_i)^2 - (\log c) \cdot \sum \log Q_i - \widehat{E_P} \cdot \sum(\log P_i) \cdot (\log Q_i)$

$\widehat{\sigma^2} = \frac{SSE}{n-2}$

Test av $H_0 : E_P = B$ där B är ett ifrågasatt värde på E_P:

Testfunktion $t = \frac{\widehat{E_P} - B}{\sqrt{\frac{SSE/(n-2)}{\sum(\log P_i - \overline{\log P})^2}}}$, jämför med $t_{[\alpha/2]}(n-2)$ och vid enkelsidig mothypotes med $t_{[\alpha]}^{(n-2)}$ eller $-t_{[\alpha]}^{(n-2)}$.

Index

Sammansatta fastbasindex:

$I_t = i_{1,t} \cdot w_1 + i_{2,t} \cdot w_2 + \ldots + i_{n,t} \cdot w_n$

där n är antalet ingående varor/tjänster, $i_{1,t}, \ldots, i_{n,t}$ är enkla prisindex för ingående varor, alla med basår t_0 och $w_1, \ldots, w_n$ väljs enligt ett viktsystem:

Laspeyre: $w_i = \frac{p_{i,t_0} \cdot q_{i,t_0}}{\sum_j p_{j,t_0} \cdot q_{j,t_0}}$

Paasche: $w_i = \frac{p_{i,t_0} \cdot q_{i,t}}{\sum_j p_{j,t_0} \cdot q_{j,t}}$

Kedjeprisindex:

$I_t = L_{0,1} \cdot L_{1,2} \cdot \ldots \cdot L_{t-1,t} \cdot 100$

där

$$L_{t-1,t} = \sum_{i=1}^{n} \frac{p_{i,t}}{p_{i,t-1}} \cdot w_{i,t-1,t}$$

är årslänken från år $t-1$ till t för n ingående varor/tjänster. $w_{i,t-1,t}$ väljs enligt ett viktsystem:

Laspeyre: $w^L_{i,t-1,t} = \frac{\text{Försäljningsvärdet för vara } i \text{ år } t-1}{\text{Totala försäljningsvärdet år } t-1}$

Paasche: $w^P_{i,t-1,t} = \frac{\text{Försäljningsvärdet för vara } i \text{ år } t \text{ i priser för år } t-1}{\text{Totala försäljningsvärdet år } t \text{ i priser för år } t-1}$

Med representantvaror byts "Försäljningsvärdet för vara i" mot "Försäljningsvärdet för varugrupp i" i vikterna.

Implicitprisindex:

$$I_t = \frac{\text{Försäljningsvärdet av varan/tjänsten/gruppen år } t \text{ i löpande priser}}{\text{Försäljningsvärdet av varan/tjänsten/gruppen år } t \text{ i basårets priser}} \cdot 100$$

Relativprisindex:

$$I_t^R = \frac{I_t^v}{I_t^0} \cdot 100$$

där I_t^v =Prisindex för aktuell vara/tjänst/grupp och I_t^0 =Prisindex för den större jämförelsegruppen, t ex KPI.

Tidsserieanalys

Tidsserieregression:

Modell:

$y_t = TR_t + SN_t + \varepsilon_t$

där

$TR_t = \beta_0 + \beta_1 \cdot t$ eller $TR_t = \beta_0 + \beta_1 \cdot t + \beta_2 \cdot t^2$

och

$SN_t = \sum_{i=1}^{L-1} \beta_{si} \cdot x_{si,t}$

med

L =Antal säsonger och $x_{si,t} = 1$ om t tillhör säsong i och $= 0$ annars.

Durbin-Watson's test:

Test av H_0 : Residualerna är okorrelerade.

Testfunktion $d = \dfrac{\sum_{t=2}^{n}(e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{n} e_t^2}$

där $e_t = y_t - \hat{y}_t$.

Jämförelser:

Om $d < 1 \Rightarrow$ Förkasta H_0, positiv seriell korrelation
Om $d > 3 \Rightarrow$ Förkasta H_0, positiv seriell korrelation
Om $1 \leq d \leq 3 \Rightarrow H_0$ kan ej förkastas.

Komponentuppdelning:

Modeller:

Multiplikativ modell: $y_t = TR_t \cdot SN_t \cdot CL_t \cdot IR_t$

Additiv modell: $y_t = TR_t + SN_t + CL_t + IR_t$

Enkel exponentiell utjämning:

Modell: $y_t = \mu + \varepsilon_t$

Uppdateringsschema för skattning av μ : $S_t = \alpha \cdot y_t + (1-\alpha) \cdot S_{t-1} \qquad 0 < \alpha < 1$

Prognos: $\hat{y}_{t+\tau} = S_t$

Prognosintervall: $S_t \pm z \cdot s \cdot \sqrt{1+\alpha^2}$

där z =1.96 för 95% intervall, 2.576 för 99% intervall och

$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{t=1}^{n}(y_t - \bar{y})^2}$