Exp

Försättsblad till skriftlig tentamen vid Linköpings Universitet

Datum för tentamen	2010-03-26
Sal (1) Om tentan går i flera salar ska du bifoga ett försättsblad till varje sal och ringa in vilken sal som avses	TER2
Tid	8-12
Kurskod	732G04
Provkod	TENC
Kursnamn/benämning **Provnamn/benämning**	Surveymetodik Tentamen
Institution	IDA
Antal uppgifter som ingår i tentamen	5
Jour/Kursansvarig Ange vem som besöker salen	Lotta Hallberg
Telefon under skrivtiden	
Besöker salen ca kl.	9,45
Kursadministratör/kontaktperson (namn + tfnr + mailaddress)	Carita Lilja, 1463, carli@ida.liu.se
Tillåtna hjälpmedel	Räknedosa, med tentan vidhäftad formelsamling
Övrigt	G=12 VG=16
Vilken typ av papper ska användas, rutigt eller linjerat	
Antal exemplar i påsen	

Tentamen i Surveymetodik, 2010-03-26

Skrivtid: kl: 8-12
Hjälpmedel: Räknedosa, med tentan vidhäftad formelsamling
Jourhavande lärare: Lotta Hallberg
Redovisa och motivera kort alla dina lösningar.

1

I ett bostadsområde med totalt 2520 hushåll har man frågat 200 slumpmässigt valda hushåll om deras totala behov av barnomsorg per vecka. Man får medelvärdet 66 timmar och standardavvikelsen 13 timmar bland de svarande.

a) Beräkna en punktskattning och ett 99% konfidensintervall för det totala behovet av barnomsorg per vecka i hela bostadsområdet. 3p

b) Om man vid ett senare tillfälle vill göra om undersökningen, hur stort urval av hushåll ska man då dra minst om man vill ha en felmarginal på högst 5000 timmar (99% konfidensgrad)? 2p

2

I en marknadsundersökning vill man utreda intresset hos en tänkt målgrupp för en ny typ av kastrull. Målgruppen är av olika åldrar från 20 år och uppåt och man antar att åsikterna om en kastrull varierar över dessa, främst i den meningen att äldre antas i högre grad vara negativa än yngre. Det föreslås därför att man gör ett stratifierat urval efter någon lämplig stratifiering av åldersintervallen. Målgruppens totala storlek är inte känd men däremot kan man anta att den är mycket stor och detta gäller i alla åldersklasser.

Man gör först ett OSU om 150 personer bland de i målpopulationen som är mellan 20 och 50 år och ett OSU om 150 personer bland de, som är äldre än 50 år. I målpopulationen är c:a 58% mellan 20 och 50 år och resten är äldre än 50 år. Bland de 150, som är mellan 20 och 50 säger sig 116 vara positiva till den nya kastrullen, medan motsvarande antal bland de 150, som är äldre än 50 år, är 68.

a) Beräkna en punktskattning och ett 95% konfidensintervall för andelen personer i hela populationen, som är positiva till den nya kastrulltypen. 3p

Antag nu att man vill "upprepa" undersökningen, men denna gång få till en allokering av urvalet som bättre tar hänsyn till storlek och spridning i olika strata. Man får anta att kostnaden för att undersöka en individ inte skiljer sig mellan olika strata.

b) Använd resultaten från den första undersökningen för att optimalt allokera ett urval med lika stor (total) urvalsstorlek som ovan. 2p

3

Man undersöker aktiesparande bland studenter på ett universitet. Totalt finns 15512 studenter och de är vid en viss tidpunkt uppdelade på totalt 230 kurser. Man väljer med OSU ut fem kurser och intervjuar ett OSU om 20 studenter inom varje kurs. Man summerar de sparbelopp man registrerar i varje kurs. Resultat:

Kurs	*Antal studenter*	*Genomsnittligt sparbelopp per månad bland de 20 intervjuade*
1	50	47
2	135	59
3	40	40
4	73	46
5	109	49

a) Beräkna en punktskattning för det genomsnittliga sparbeloppet per student och månad bland studenterna vid universitetet. 2p

Låtsas nu som om urvalet av kurser gjorts med återläggning och med sannolikheter proportionella mot kursstorlek, dvs pps-urval.

b) Beräkna på nytt en punktskattning och ett 95% konfidensintervall för det genomsnittliga sparbeloppet per student och månad. 3p

4

I en av de mindre städerna finns det totalt 35 biträden. Bland dessa drogs ett OSU utan återläggning 15 biträden. Man frågade dem om de var positivt inställda till att ha öppet till kl 19 på vardagar. Av de 15 man frågat var det endast 8 som svarade och bland dem var det 75% som var positiva. Cheferna som utförde denna undersökning har hört talas om bortfallsstratifiering så de valde bland de 7 i bortfallet ut 3 biträden slumpmässigt. Av dessa var det 66% som svarade och 50% av dem var positiva.

a) Punktskatta andelen positiva till att ha öppet till kl 19 bland alla de 35 biträdena. 2p

b) Hur stort är det totala bortfallet (i %)? 1p

5

Förklara när det kan vara lämpligt att dra ett klusterurval och när det kan vara mer lämpligt med ett stratifierat urval. 2p

Formelblad i Surveymetodik (732G04, 732G02-C, 732G90-C)

Normalfördelningskvantiler:

$1-\alpha$	$z_{\alpha/2}$	z_α
0.90	1.645	1.28
0.95	1.96	1.645
0.99	2.576	2.326

1 Obundet slumpmässigt urval

1.1 Urvalsvarians(er)

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^{n} x_i)^2}{n}\right) = \frac{1}{n-1}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\cdot\bar{x}^2\right)$$

$$s^2 = \frac{n}{n-1}\cdot p\cdot(1-p).$$

$$\sum x^2 = (n-1)\cdot s^2 + n\cdot(\bar{x})^2$$

1.2 Konfidensintervall

$$\mu \;:\quad \bar{x} \pm z_{\alpha/2}\cdot\sqrt{\frac{s^2}{n}\cdot\left(1-\frac{n}{N}\right)}$$

$$\tau \;:\quad N\cdot\bar{x} \pm z_{\alpha/2}\cdot\sqrt{N^2\cdot\frac{s^2}{n}\cdot\left(1-\frac{n}{N}\right)}$$

$$P \;:\quad p \pm z_{\alpha/2}\cdot\sqrt{\frac{p(1-p)}{n-1}\cdot\left(1-\frac{n}{N}\right)}$$

Ändlighetskorrektionen $(1-\frac{n}{N})$ kan utelämnas om $\frac{n}{N} \leq 0.05$.

1.3 Urvalsdimensionering

$$n_0 \geq \frac{4\cdot(z_{\alpha/2})^2\cdot\sigma^2}{B^2}$$

$$n_0 \geq \frac{4\cdot(z_{\alpha/2})^2\cdot P(1-P)}{B^2}$$

$$n = \frac{n_0}{1+\frac{n_0-1}{N}}$$

Samband mellan konfidensintervallbredder: $B_\tau = N\cdot B_\mu$

1.4 Redovisningsgrupper

Punktskattningar

$$\bar{x}_1 = \frac{1}{n_1}\sum_{i=1}^{n_1} x_{1i}$$

$$s_1^2 = \frac{1}{n_1-1}\sum_{i=1}^{n_1}(x_{1i}-\bar{x}_1)^2 = \frac{1}{n_1-1}\left(\sum_{i=1}^{n_1} x_{1i}^2 - n_1\cdot(\bar{x}_1)^2\right)$$

Konfidensintervall

$$\mu_1 \ : \ \bar{x}_1 \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1}\left(1-\frac{n_1}{N_1}\right)}$$

$$P_1 \ : \ p_1 \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1-1}\left(1-\frac{n_1}{N_1}\right)}$$

$$\tau_1 \ : \ N\cdot\bar{x}' \pm z_{\alpha/2}\cdot\sqrt{N^2\cdot\frac{s'^2}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)}$$

$$A_1 \ : \ N\cdot p' \pm z_{\alpha/2}\cdot\sqrt{N^2\cdot\frac{p'(1-p')}{n-1}\left(1-\frac{n}{N}\right)}$$

där

$$x_i' = \begin{cases} x_i & \text{om elementet tillhör redovisningsgruppen} \\ 0 & \text{annars} \end{cases}$$

och

$$\bar{x}' = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i'$$

$$s'^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i'-\bar{x}')^2 = \frac{1}{n-1}\left(\sum_{i=1}^{n}(x_i')^2 - n\cdot(\bar{x}')^2\right)$$

$$p' = \frac{\text{Antal element från redovisningsgruppen i urvalet med } x=1}{n}$$

1.5 Ramproblem

Konfidensintervall vid övertäckning

$$\mu_0 \ : \ \bar{x}_0 \pm z_{\alpha/2}\cdot\sqrt{\frac{s_0^2}{n_0}\cdot\left(1-\frac{n}{N}\right)}$$

$$P_0 \ : \ p_0 \pm z_{\alpha/2}\cdot\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n_0-1}\cdot\left(1-\frac{n}{N}\right)}$$

För totaler:

$$\widehat{N_0}\cdot\bar{x}_0 \pm z_{\alpha/2}\cdot\sqrt{N^2\cdot\frac{\frac{1}{n-1}\cdot\left(\sum_{i=1}^{n_0} x_i^2 - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n_0} x_i\right)^2\right)}{n}\cdot\left(1-\frac{n}{N}\right)};$$

$$\widehat{N_0}\cdot p_0 \pm z_{\alpha/2}\cdot\sqrt{N^2\cdot\frac{\frac{n_0\cdot p_0}{n}\cdot\left(1-\frac{n_0\cdot p_0}{n}\right)}{n-1}\cdot\left(1-\frac{n}{N}\right)}.$$

Replikatproblem

$$\hat{\tau} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{x_i}{M_i/N}$$

$$\hat{\mu} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\frac{x_i}{M_i}}{\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{M_i}}$$

2 Stratifierat urval

2.1 Punktskattningar:

$$\begin{aligned}
\hat{\mu} &= \bar{x}_{st} = W_1\cdot\bar{x}_1 + W_2\cdot\bar{x}_2 + \ldots + W_L\cdot\bar{x}_L = \sum_{i=1}^{L} W_i\cdot\bar{x}_i \\
\hat{\tau} &= N\cdot\bar{x}_{st} \\
\hat{P} &= p_{st} = W_1\cdot p_1 + W_2\cdot p_2 + \ldots + W_L\cdot p_L = \sum_{i=1}^{L} W_i\cdot p_i
\end{aligned}$$

2.2 Konfidensintervall

$$\begin{aligned}
\mu &: \quad \bar{x}_{st} \pm z_{\alpha/2}\cdot\sqrt{\sum_{i=1}^{L} W_i^2\cdot\frac{s_i^2}{n_i}\cdot\left(1-\frac{n_i}{N_i}\right)} \\
\tau &: \quad N\cdot\bar{x}_{st} \pm z_{\alpha/2}\cdot\sqrt{N^2\cdot\sum_{i=1}^{L} W_i^2\cdot\frac{s_i^2}{n_i}\cdot\left(1-\frac{n_i}{N_i}\right)} \\
P &: \quad p_{st} \pm z_{\alpha/2}\cdot\sqrt{\sum_{i=1}^{L} W_i^2\cdot\frac{p_i\cdot(1-p_i)}{n_i-1}\cdot\left(1-\frac{n_i}{N_i}\right)} \\
A &: \quad N\cdot p_{st} \pm z_{\alpha/2}\cdot\sqrt{N^2\cdot\sum_{i=1}^{L} W_i^2\cdot\frac{p_i\cdot(1-p_i)}{n_i-1}\cdot\left(1-\frac{n_i}{N_i}\right)}
\end{aligned}$$

2.3 Proportionell allokering

$$n_i = n\cdot W_i = n\cdot\frac{N_i}{N}$$

$$n_0 \geq \frac{4\cdot(z_{\alpha/2})^2\cdot\sum_{i=1}^{L} W_i\cdot\sigma_i^2}{B^2}$$

$$n_0 \geq \frac{4\cdot(z_{\alpha/2})^2\cdot\sum_{i=1}^{L} W_i\cdot P_i\cdot(1-P_i)}{B^2}$$

$$n = \frac{n_0}{1+\frac{n_0-1}{N}}$$

2.4 Fullständig optimal allokering

$$n_i = n \cdot \frac{W_i \cdot \sigma_i / \sqrt{c_i}}{\sum_{j=1}^{L} W_j \cdot \sigma_j / \sqrt{c_j}} = n \cdot \frac{N_i \cdot \sigma_i / \sqrt{c_i}}{\sum_{j=1}^{L} N_j \cdot \sigma_j / \sqrt{c_j}}$$

Fix kostnad:

$$n \geq \frac{(C_{max} - C_0) \cdot \sum_{i=1}^{L} (N_i \cdot \sigma_i / \sqrt{c_i})}{\sum_{i=1}^{L} (N_i \cdot \sigma_i \cdot \sqrt{c_i})}.$$

Fix konfidensintervallbredd:

$$n \geq \frac{\left(\sum_{i=1}^{L} (W_i \cdot \sigma_i \cdot \sqrt{c_i})\right) \cdot \sum_{i=1}^{L} (W_i \cdot \sigma_i / \sqrt{c_i})}{B^2/(4 \cdot (z_{\alpha/2})^2) + (1/N) \cdot \sum_{i=1}^{L} (W_i \cdot \sigma_i^2)}$$

2.5 Neyman-allokering

$$n_i = n \cdot \frac{W_i \cdot \sigma_i}{\sum_{j=1}^{L} W_j \cdot \sigma_j} = n \cdot \frac{N_i \cdot \sigma_i}{\sum_{j=1}^{L} N_j \cdot \sigma_j}$$

$$n \geq \frac{\left(\sum_{i=1}^{L} (W_i \cdot \sigma_i)\right)^2}{B^2/(4 \cdot (z_{\alpha/2})^2) + (1/N) \cdot \sum_{i=1}^{L} (W_i \cdot \sigma_i^2)}$$

Vid 0/1–data gäller $\sigma_i = \sqrt{P_i \cdot (1 - P_i)}$.

3 Enstegs klusterurval

3.1 OSU av kluster

Väntevärdesriktig skattning

$$\hat{\mu}_u = \frac{N}{M_0} \cdot \overline{T}$$

$$\text{K.I.:} \quad \hat{\mu}_u \pm z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\left(\frac{N}{M_0}\right)^2 \cdot \frac{s_T^2}{n} \cdot \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$$

$$\widehat{\tau} = M_0 \cdot \hat{\mu}_u$$

$$\text{K.I.:} \quad M_0 \cdot \hat{\mu}_u \pm M_0 \cdot z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\left(\frac{N}{M_0}\right)^2 \cdot \frac{s_T^2}{n} \cdot \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$$

Kvotskattning, $\hat{\mu}_R = \bar{x}_{cl}$

$$\bar{x}_{cl} = \frac{\sum_{i=1}^{n} T_i}{\sum_{i=1}^{n} M_i}$$

$$\widehat{Var(\bar{x}_{cl})} = \left(1 - \frac{n}{N}\right) \cdot \frac{1}{n \cdot (n-1)} \cdot \frac{1}{(\overline{M})^2} \cdot \left(\sum_{i=1}^{n} T_i^2 + (\bar{x}_{cl})^2 \cdot \sum_{i=1}^{n} M_i^2 - 2 \cdot \bar{x}_{cl} \cdot \sum_{i=1}^{n} T_i \cdot M_i\right)$$

$$\text{K.I.} \quad : \quad \bar{x}_{cl} \pm z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\left(1 - \frac{n}{N}\right) \cdot \frac{1}{n \cdot (n-1)} \cdot \frac{1}{(\overline{M})^2} \cdot \left(\sum_{i=1}^{n} T_i^2 + (\bar{x}_{cl})^2 \cdot \sum_{i=1}^{n} M_i^2 - 2 \cdot \bar{x}_{cl} \cdot \sum_{i=1}^{n} T_i \cdot M_i\right)}$$

3.2 *PPS*–urval av kluster

$$\hat{\mu}_{pps} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \bar{x}_i$$

$$\text{K.I.} \quad \bar{x}_{pps} \pm z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{1}{n \cdot (n-1)} \cdot \left(\sum_{i=1}^{n} (\bar{x}_i)^2 - n \cdot (\bar{x}_{pps})^2\right)}$$

$$\hat{P}_{pps} = p_{pps} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} p_i$$

$$\text{K.I.} \quad p_{pps} \pm z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{1}{n \cdot (n-1)} \cdot \left(\sum_{i=1}^{n} (p_i)^2 - n \cdot (p_{pps})^2\right)}$$

3.3 Urvalsdimensionering

pps–**urval**

$$n \geq \frac{4 \cdot (z_{\alpha/2})^2 \cdot \sigma_{\bar{x}_i}^2}{B^2}$$

4 Tvåstegs klusterurval

4.1 OSU av kluster

Väntevärdesriktiga skattningar

$$\hat{\mu}_{u2} = \left(\frac{N}{M_0}\right) \cdot \widehat{T} = \left(\frac{N}{M_0}\right) \cdot \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} M_i \cdot \bar{x}_i$$

$$\hat{P}_{u2} = \left(\frac{N}{M_0}\right) \cdot \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} M_i \cdot p_i$$

Kvotskattningar

$$\hat{\mu}_{R2} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \widehat{T}_i}{\sum_{i=1}^{n} M_i} = \frac{\sum_{i=1}^{n} M_i \cdot \bar{x}_i}{\sum_{i=1}^{n} M_i}$$

$$\hat{P}_{R2} = \frac{\sum_{i=1}^{n} M_i \cdot p_i}{\sum_{i=1}^{n} M_i}$$

4.2 *PPS*–urval

$$\hat{\mu}_{pps2} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} \bar{x}_i$$

$$\widehat{Var(\hat{\mu}_{pps2})} = \frac{s^2_{\bar{x}_i}}{n} = \frac{1}{n \cdot (n-1)} \cdot \left(\sum_{i=1}^{n} (\bar{x}_i)^2 - n \cdot (\bar{x}_{pps})^2\right)$$

5 Bortfallsstratumansatsen

Punktskattningar och konfidensintervall

$$\hat{\mu}_{st} = \frac{n'_S}{n} \cdot \bar{x}_S + \frac{n'_B}{n} \cdot \bar{x}_B$$

$$\hat{P}_{st} = \frac{n'_S}{n} \cdot p_S + \frac{n'_B}{n} \cdot p_B$$

$$\hat{\mu}_{st} \pm z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{n'_S}{n} \cdot \frac{s^2_S}{n} + \left(\frac{n'_B}{n}\right)^2 \cdot \frac{s^2_B}{n_B} + \frac{1}{n} \cdot \left(\frac{n'_S}{n} \cdot (\bar{x}_S - \hat{\mu}_{st})^2 + \frac{n'_B}{n} \cdot (\bar{x}_B - \hat{\mu}_{st})^2\right)}$$

$$\hat{P}_{st} \pm z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\left(\frac{n'_S}{n}\right)^2 \cdot \frac{p_S \cdot (1-p_S)}{n'_S - 1} + \left(\frac{n'_B}{n}\right)^2 \cdot \frac{p_B \cdot (1-p_B)}{n_B - 1} + \frac{1}{n} \cdot \left(\frac{n'_S}{n} \cdot (p_S - \hat{P}_{st})^2 + \frac{n'_B}{n} \cdot (p_B - \hat{P}_{st})^2\right)}$$

Slutligt bortfall

$$b = (\text{Bortfallsandel i fas 1}) \times (\text{Bortfallandel i fas 2}) = \frac{n'_B}{n} \cdot \frac{n''_B}{n_B}$$

där n''_B =antal bortfall i fas 2–urvalet.