

Tentamen
725G93 Informationssystemutveckling,
TEN1 Diskret matematik och logik, 5 hp
2019-08-13, kl. 8-13

På varje uppgift ges 3 poäng. För betyg godkänt (G) krävs sammanlagt, inklusive ev. bonus, minst 9 poäng, för betyg väl godkänd (VG) krävs motsvarande minst 15p. Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar.

Tillåtna hjälpmedel: I kursen utdelat formelblad i logik. (Räknare ej tillåten.)

Lösningar läggs ut på kurswebbsidan efter skrivtidens slut.

1. Låt $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ och $B = \{x \in A \mid x \text{ är ett udda tal}\}$ vara delmängder i grundmängden $\mathcal{U} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$.
 - a) Bestäm $A^c \cap B$.
 - b) Bestäm $B^c \cap A$ samt ange alla delmängder denna har.
 - c) Ange antalet delmängder till \mathcal{U} som har B som delmängd.

2. Ange för var och en av talföljderna nedan ett uttryck för det n -te talet (a_n) samt ange utifrån detta det 26:e talet i följden.
 - a) 4, 11, 18, 25, 32...
 - b) $\frac{1}{3}, 1, 3, 9, 27 \dots$

3. Ett vanligt svenskt registreringsnummer för fordon består av tre bokstäver mellan A och Z, inklusive W men utan I, Q och V (totalt 23 olika), följt av tre siffror (0-9). I de nya nummerplåtar som infördes i Sverige i början av 2019 kan den sista positionen vara en siffra *eller* en av de 23 tillåtna bokstäverna. Hur många olika nummerplåtar enligt den nya modellen kan man tillverka som:
 - a) inleds med HEJ... ?
 - b) slutar med ...007 ?
 - c) börjar och slutar med A och bara innehåller udda siffror?

4. a) Är $\neg(p \wedge q) \vee r$ logiskt ekvivalent med $\neg p \vee (q \rightarrow r)$?
b) Avgör med någon metod i kursen huruvida följande slutledning är korrekt:
$$\neg s \wedge (p \rightarrow s) \wedge (p \rightarrow q) \Rightarrow \neg q$$

5. a) Finns det en graf med tre noder av grad 5, fyra noder av grad 7 samt 18 löv? Ge exempel på en sådan graf eller motivera varför sådan inte finns.
b) En graf är ett träd och innehåller 20 löv samt ett visst antal noder av grad 4. Bestäm utifrån givna satser hur många noder av grad 4 detta träd måste ha. (Eventuell grafisk lösning ger ej poäng.)



6. En enkel oriktad graf G har nodmängden $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ och grannmatrisen som visas nedan.

a) Rita grafen G samt avgör huruvida den har någon hamiltoncykel eller ej.

b) Varje båge mellan två noder har en kostnad som är summan av de noder den förbinder. (T ex har bågen $\{2,4\}$ kostnaden $2+4=6$.) Bestäm ett minimalt spännande träd (billigaste nätverk) för G samt ange kostnaden. Motivera tydligt steg för steg hur du gör dina val utifrån vald algoritm.

	1	2	3	4	5	6
1	0	0	1	1	0	0
2	0	0	0	1	1	1
3	1	0	0	1	1	1
4	1	1	1	0	1	1
5	0	1	1	1	0	1
6	0	1	1	1	1	0

7. Låt A och B vara delmängder i någon grundmängd \mathcal{U} . Visa att den logiska implikationen

$$(A \subseteq B) \wedge (B \subseteq A) \Rightarrow A = B$$

gäller för alla mängder A och B genom att först införa lämpliga satser och skriva uttrycket på satslogisk form, för att därefter visa att slutledningen är korrekt utifrån någon metod i kursen.