Chalmers
Matematiska vetenskaper

TMS051: Matematisk statistik för Z, del A

Tentamen 15 januari 2004 f V

Detta är även omtentamen på TMS050 Matematisk statistik för Z, del A.

Tillåtna hjälpmendel är räknedosa utan information om kursen i minnena, Beta samt kursens formel- och tabellsamling.

För betyget 3 krävs 12 p, för 4:a 18 p och för 5:a 24 p av totalt 30 p.

Jour och examinator är Tommy Norberg (ankn 3528 eller 0730 794209).

Observera att svar skall motiveras i samtliga 8 uppgifter om ej annat sägs.

Uppgifter

1. I en urna finns 3 vita, 4 blåa och 5 gröna kulor. Man drar på måfå 3 st utan återläggning. Bestäm sannolikheten att man erhåller 1 kula av varje färg. (4 p)

2. Låt y vara koncentrationen av någon giftig tungmetall i ett jordprov. Låt x vara resultatet av en mätning av y. Provet betraktas som förorenat om $y \geq c$, där c är ett av Naturvårdsverket specificerat tröskelvärde. Låt C beteckna händelsen $y \geq c$. Låt vidare d vara den s k detekteringsnivån (obs att typiskt är $d \neq c$). Händelsen $x \geq d$ betecknas D. Ett rimligt krav på händelserna C och D är att de är positivt beroende i betydelsen $P(C|D) \geq P(C)$. Antag nu att $P(D|C') = 0.15$ och $P(D'|C) = 0.20$. Är då C och D positivt beroende? (4 p)

3. Eskil och Nils spelar ett spel som är sådant att $P(\text{Eskil vinner}) = 1 - P(\text{Nils vinner}) = 1/3$. Om Eskil satsar 1 kr, hur mycket tycker du att Nils ska satsa för att spelet ska bli rättvist? (4 p)

4. Beräkna väntevärde och varians för X om X:s fördelningsfunktionen är

$$F(x) = 1 - \left(\frac{u}{x}\right)^{\alpha} \quad \text{för} \quad x \geq u$$

där $u = 1$ och $\alpha = 3/2$. (4 p)

5. Visa att mgf för Geo(p)-fördelningen är $m(t) = pe^t/(1 - qe^t)$ för $t < -\ln q$ där $q = 1 - p$. Beräkna sedan fördelningens väntevärde μ och varians σ^2. (4 p)

6. Antag att du har oberoende observationer $x_1, \ldots, x_n$ från någon fördelning med väntevärde μ och varians σ^2. Visa att observationernas medelvärde $\bar{x}$ resp varians s^2 är väntevärdesriktiga skattningar av sina teoretiska motsvarigheter. (4 p)

(Vänd!)

7. I en simulering av att produktionssystem visade det sig att första gången systemet gick ner skedde innan 40 timmars drift i $f = 27$ fall. Antalet simuleringar som gjordes var $n = 100$. Punkt- och intervallskatta sannolikheten p att produktionssystemet går ner innan 40 timmar. Konfidensgraden bör vara ca 0.95. (3 p)

8. Under en tidsperiod omfattande 100 minuter registreras 22 678 radioaktiva sönderfall. Man kan räkna med att apparaturen registrerar samtliga sönderfall. Gör ett 95% konfidensintervall för sönderfallsintensiteten, d.v.s. det förväntade antalet sönderfall per minut. (3 p)

– Lycka till –