

TMS050: Matematisk statistik för Z, del A

Tentamen 16 januari 2003 f V

Tillåtna hjälpmedel är räknedosa utan information om kursen i minnena, Beta samt kursens formel- och tabellsamling.

För betyget 3 krävs 12 p, för 4:a 18 p och för 5:a 24 p av totalt 30 p. Ev bonus från inlämningsuppgifterna adderas till totalpoängen innan betyg sättes.

Jour är Yulia Yurgens (ankn 3582).

Uppgifter

1. Händelserna A och B är disjunkta. Dessutom gäller

$$P(A \setminus B) = 0.23, \quad P(B \setminus A) = 0.27$$

- (a) Är A och B oberoende? (1 p)
(b) Beräkna $P(A \cup B)$. (1 p)

2. 3 bilar anländer till en tom parkeringsplats. På hur många sätt kan de placeras ut på parkeringsplatsen om totala antalet platser är

- (a) 5 och ordningen saknar betydelse? (2 p)
(b) 10 och ordningen har betydelse? (2 p)

3. Man gör bedömningen att ca 70% av en viss f.d fabrikstomt är förorenad och tar ett jordprov i en slumpmässigt vald position. Analysen av provet ger till resultat att det ej är förorenat. Men observera att mätmetoden är sådan att den ger felaktigt resultat i ca 1 av 20 analyser av ren jord och i ca 2 av 5 analyser av förorenad jord. Bestäm sannolikheten att provet trots allt är förorenat. (4 p)

4. Låt X vara kontinuerlig med tätheten $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$, $x > 0$. Härled momentgenererande funktion (m.g.f) för X , och beräkna utan att integrera och endast med hjälp av m.g.f, X :s varians. (4 p)

5. Antag att du har oberoende observationer x_1, \dots, x_n av en stokastisk variabel X , sådan att $P(X = 1) = 1 - P(X = 0) = p$. Visa att trolighetsskattningen av p är

$$\hat{p} = \frac{1}{n} \sum_i x_i \quad (4 \text{ p})$$

6. Pontus singlar en krona 100 gånger. Han erhöll 35 klave och 65 krona.
(a) Skatta sannolikheten för krona. Önskad konfidensgrad i felet: 95%. (3 p)
(b) Är myntet symmetriskt? (1 p)

7. Vid ett tillfälle gjorde man $n = 25$ oberoende mätningar av en concentrationen i luften av en viss förorening. Därvid erhöles $\bar{x} = 10.3$, $s = 2.75$ (ppm). Punkt- och intervallskatta den sanna föroreningshalten under förutsättning att mätningarna är väntevärdesriktiga och normalfördelade. (3 p)

(vänd!)

8. Forts av föregående uppgift. Man ville också veta ungefär hur stor 0.95-kvantilen är. Går det att punktskatta denna utifrån informationen som gavs i uppgift 7 och om svaret är ja, gör så. (4 p)

Lycka till!