

TMS050: Matematisk statistik för Z, del A

Tentamen 21 augusti 2002 e M

Tillåtna hjälpmedel är räknedosa utan information om kursen i minnena, Beta samt kursens formel- och tabellsamling.

För betyget 3 krävs 12 p, för 4:a 18 p och för 5:a 24 p av totalt 30 p.

Jour är Ulrica Olofsson (ankn 5336).

Uppgifter

1. Ankomstkontroll. En viss typ av motordelar skeppas i partier om n enheter. Antag att ett sådant parti innehåller d defekta enheter. Då partiet kontrolleras väljes k enheter ut slumpmässigt för kontroll. Låt $p(x)$ vara sannolikheten att x defekta enheter hittas. Ange en formel för hur $p(x)$ kan beräknas. (Härledning krävs ej.) (3 p)
2. Tänk dig att ettor och nollor överföres på en lång brusig kommunikationslänk. Antag att en sänd etta felaktigt detekteras som nolla i 0.5% av fallen och att en sänd nolla felaktigt detekteras som etta i 1% av fallen. Antag också att ettor sänds i 60% av fallen. Om en etta detekteras, hur stor är sannolikheten att det var en nolla som sändes? (4 p)
3. För ett visst par (man + kvinna) gäller att "de" föder brunögda barn med sannolikheten $3/4$ och blåögda barn med sannolikheten $1/4$. Antag att de tillsammans skaffar 4 barn. Låt X vara antalet brunögda. Beräkna $E[X]$. (3 p)
4. Låt X vara en stokastisk variabel med momentgenererande funktion $m_X(t)$.
 - (a) Ange hur $m_X(t)$ definieras. (1 p)
 - (b) Visa att $E[X^n] = m_X^{(n)}(0)$. (3 p)
5. Låt X_1, \dots, X_{100} vara oberoende och likafördelade stokastiska variabler med väntevärde 0.05 och standardavvikelse 0.2. Om $S = X_1 + \dots + X_{100}$, vad blir ungefär $P(1 \leq S \leq 9)$? (4 p)
6. De två stokastiska variablerna X, Y är likformigt fördelade på mängden

$$\Omega = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 10, 0 \leq 2y \leq 3x\}$$

Beräkna X :s täthetsfunktion. (4 p)

7. I en mätserie bestående av 10 oberoende normalfördelade observationer av en storhet med väntevärdet μ har man räknat fram medelvärdet 1.15 och standardavvikelsen 1.10. Vilken konfidens har påståendet $0.02 \leq \mu \leq 2.28$? (4 p)
8. Man vill genom att utföra $n = 100$ oberoende försök, påvisa med konfidensen 0.99 att en viss sannolikhet p är större än 0.4. Hur stor är sannolikheten att man lyckas om det i verkligheten gäller att $p = 0.45$? (4 p)

Lycka till!