LINKÖPINGS UNIVERSITET
Institutionen för datavetenskap
Avdelningen för statistik och maskininlärning
Mattias Villani

2018-08-30
Sannolikhetslära och statistik, 6 hp
TDAB01

Tentamen i Sannolikhetslära och statistik (TDAB01), 6 hp

Tid:	08:00-12:00
Tillåtna hjälpmedel:	Miniräknare med tomt minne. Tabell- och formelsamling (delas ut tillsammans med tentamen)
Examinator och Jourlärare:	Mattias Villani, tel. $070 - 0895205$
Betyg:	Maximalt antal poäng: 20 poäng. Varje delfråga ger maximalt 5 poäng. Betyg 5 = 17-20 poäng Betyg 4 = 12.5-16.5 poäng Betyg 3 = 9-12 poäng

För full poäng krävs tydliga och väl motiverade svar.

1. En kontinuerlig slumpvariabel X har täthetsfunktionen

$$f(x) = c \cdot x \text{ om } 0 \leq x \leq 1,$$

och $f(x) = 0$ annars.

   (a) Bestäm konstanten c.

   (b) Beräkna $E(X)$.

   (c) Beräkna medianen för X.

2. Två slumpvaribler X och Y följer simultanfördelningen:

		Y		
		0	1	2
X	0	0.04	0.06	0.40
	1	0.16	0.24	0.10

   (a) Vad är simultansannolikheten för $X = 1$ och $Y > 0$?

   (b) Är X och Y oberoende?

   (c) Antag att $X = 0$ inträffat. Vad är nu fördelningen för Y?

3. Det genomsnittliga antalet (hittade) buggar i $n = 100$ olika mjukvaruprojekt är $\bar{x} = 24$. Antalet buggar i de olika projekten kan antas vara oberoende Poisson-fördelade.

   (a) Gör ett approximativt 95%-igt konfidensintervall för det genomsnittliga antalet buggar μ i ett projekt. Motivera giltigheten i din approximation.

   (b) Testa nollhypotesen $H_0 : \mu = 22$ mot alternativhypotesen $H_A : \mu \neq 22$ på signifikansnivån $\alpha = 0.01$.

4. Låt $X_1, ..., X_n|\beta$ vara ett oberoende stickprov från en fördelning med täthetfunktion

$$f(x) = \beta(1-x)^{\beta-1}, \text{ för } 0 \leq x \leq 1$$

   och $f(x) = 0$ annars. Parametern β är strikt positiv.

   (a) Härled maximum likelihood estimatorn av β.

   (b) Visa att

$$\hat{\beta}_{MOM} = \frac{1-\bar{x}}{\bar{x}},$$

   är momentmetodens estimator för β.

   (c) Beräkna $Var(\bar{x} \cdot \hat{\beta}_{MOM})$.

Lycka till!

Mattias