

Tentamen i Sannolikhetslära och statistik (TDAB01), 6 hp

Tid:	08:00-12:00
Tillåtna hjälpmedel:	Miniräknare med tomt minne. Tabell- och formelsamling (delas ut tillsammans med tentamen)
Examinator:	Mattias Villani, tel. 070 – 0895205
Betyg:	Maximalt antal poäng: 20 poäng. Varje delfråga ger maximalt 5 poäng. Betyg 5 = 17-20 poäng Betyg 4 = 12.5-16.5 poäng Betyg 3 = 9-12 poäng

För full poäng krävs tydliga och väl motiverade svar.

1. Ett kretskort i en dator består av 6 elektroniska komponenter. Komponenterna fungerar oberoende av varandra och livslängden T_i (mätt i år) för komponent i har täthetsfunktionen

$$f(t) = \begin{cases} K - \frac{t}{50} & \text{om } 0 < t \leq 10 \\ 0 & \text{annars} \end{cases}$$

- (a) Bestäm K .
- (b) Ange fördelningsfunktionen för T_i .
- (c) Vad är sannolikheten att livslängden för en komponent är strikt mindre än 5 år?
- (d) Vad är sannolikheten att minst 2 av komponenterna fortfarande fungerar efter 5 år?
- (e) Bestäm $E(T_i)$.
2. Hushållens inkomst i ett viss land följer en normalfördelning med väntevärde 20 (tusen kr) och varians 16 (tusen kr). (Bortse ifrån att inkomsterna kan vara negativa)
- (a) Om ett hushåll tjänar mindre än 14 (tusen kr) så får hushållet en fruktpåse varje dag. Hur stor andel av populationen kommer att få en fruktpåse?
- (b) Hushåll som tjänar mindre än 5% av populationen får fria luncher på helgerna. Vad tjänar hushåll som får fria luncher?

- (c) I ett visst område med 1000 hushåll hittade man 100 hushåll som får fria luncher, är detta område representativt för landet? Motivera ditt svar.
3. Livslängden för en viss elektronisk komponent följer en exponentialfördelning med parametern λ . Anta att vi beräknat medellivslängden för 500 oberoende komponenter och fått att det är 2 år.
- (a) Härled maximumlikelihood skattningen för väntevärdet.
- (b) Konstruera ett 95% tvåsidigt konfidensintervall för väntevärdet och tolka intervallet.
- (c) Finns det stöd att väntevärdet är större än 1.5?
4. Låt X_1, X_2, \dots, X_n vara oberoende observationer från en exponentialfördelning med parameter λ .
- (a) Antag att din apriorifördelning för λ är en $Gamma(2, 1)$ fördelning. Härled aposteriorifördelningen för λ ?
- (b) Antag att man har observerat 5 oberoende observationer x_1, \dots, x_5 från modellen i a) och beräknat medelvärdet $\bar{x} = 0.2$. Bestäm aposteriori väntevärdet och aposteriori variansen. Skatta λ med aposteriori väntevärdet. Vad blir skattningen?
- (c) Finns det stöd att λ är större än 1.5?

LYCKA TILL!

MATTIAS OCH SARAH