

Tentamen i Sannolikhetslära och statistik (TDAB01), 6 hp

Tid:	08:00-12:00
Tillåtna hjälpmedel:	Miniräknare med tomt minne. Tabell- och formelsamling (delas ut tillsammans med tentamen)
Examinator:	Mattias Villani, tel. 070 – 0895205
Jourlärare:	Sarah Alsaadi, tel. 013 – 284647
Betyg:	Maximalt antal poäng: 20 poäng. Varje delfråga ger maximalt 5 poäng. Betyg 5 = 17-20 poäng Betyg 4 = 12.5-16.5 poäng Betyg 3 = 9-12 poäng

För full poäng krävs tydliga och väl motiverade svar.

- Givet en slumpvariabel X som bara kan anta värdena 3, 4, 6, 7 och 9 med sannolikheterna $P(X = 3) = 1/3$, $P(X = 4) = 1/4$, $P(X = 6) = 1/6$ och $P(X = 7) = 1/7$.
 - Beräkna $P(X = 9)$. (1 p)
 - Beräkna $P(4 \leq X < 7)$. (1 p)
 - Beräkna $E(X)$ och $Var(X)$. (3 p)
- Ett försäkringsbolag säljer försäkringar till 200 kunder under ett givet år. Anta att kunderna drabbas av olyckor oberoende av varandra och låt X_i vara en slumpvariabel som betecknar ersättningsbeloppet till kund i . Anta även att $E(X_i) = 100$ och $Var(X_i) = \sigma^2$.
 - Om $\sigma = 100$, vad är sannolikheten att bolaget under ett givet år måste betala ut mer än 21000 kronor? (3 p)
 - Bestäm σ så att sannolikheten att bolagets sammanlagda utbetalning under det givna året ska överstiga 21000 är 1%. (2 p)

3. Låt $N(t)$ vara en Poissonprocess med intensitet $\lambda = 5$.

(a) Vilken fördelning har $N(2)$? (1 p)

(b) Beräkna $P(N(2) - N(1) = 2)$. (1 p)

(c) Beräkna $P(N(2) = 3 | N(1) = 1)$. (2 p)

(d) Låt T vara tiden mellan den andra och tredje händelsen i $N(t)$. Vilken fördelning har T ? (1 p)

4. Låt $X_1, \dots, X_n | \lambda$ vara ett oberoende stickprov från en fördelning med täthet

$$f(x) = \lambda^2 x e^{-\lambda x},$$

för $x > 0$ och $f(x) = 0$ annars. Parametern λ är strikt positiv.

(a) Härled maximum likelihood estimatorn av λ . (2 p)

(b) Skatta λ med momentmetoden. (1 p)

(c) Härled posteriorfördelningen för λ givet en konjugerad apriorifördelning. (2 p)

LYCKA TILL!

MATTIAS OCH SARAH