

## Tentamen i Sannolikhetslära och statistik (TDAB01), 6 hp

---

Tid:	08-12
Tillåtna hjälpmedel:	Miniräknare med tomt minne. Tabell- och formelsamling (delas ut tillsammans med tentamen)
Examinator:	Mattias Villani, tel. 070 – 0895205
Betyg:	Maximalt antal poäng: 20 poäng. Varje delfråga ger maximalt 5 poäng. Betyg 5 = 17-20 poäng Betyg 4 = 12.5-16.5 poäng Betyg 3 = 9-12 poäng

**För full poäng krävs tydliga och väl motiverade svar.**

---

1. Ett företag säljer två olika mobiler (A och B) som båda har garantitid 1 år. En av mobilernas funktioner kan gå sönder, om det sker under garantitiden kommer företaget att ersätta mobilen. Sannolikheten att ett fel sker under garantitiden är 0.002 för mobil A och 0.001 för mobil B. Det säljs 750 exemplar av mobil A och 500 exemplar av mobil B per år.
  - (a) Vad är sannolikheten att antalet mobiler av typ A som går sönder under garantitiden överstiger 3?
  - (b) Givet att en mobil har gått sönder under garantitiden, vad är sannolikheten att mobilen är av typ A?
2. Mattias har 100 uppgifter som han måste göra. Varje uppgift tar en exponentialfördelad tid med väntevärde 4 minuter att göra. Tiden det tar att göra en uppgift är oberoende av hur lång tid det tar att göra de andra uppgifterna.
  - (a) Vad är sannolikheten att en uppgift tar mer än 10 minuter att göra?
  - (b) Mattias tycker att uppgifter som tar längre än 10 minuter att göra är tråkiga. Vad är sannolikheten att 10 eller fler av de 100 uppgifterna som måste göras är tråkiga?
  - (c) Vad är sannolikheten att han hinner göra alla uppgifter under 8 timmar?
3. Varje dag tar Norah samma väg från universitetet till träningshallen. Det finns 4 stoppsignaler på vägen och hon noterar följande: Om en stoppsignal visar grönt, kommer nästa stoppsignal att visa grönt med sannolikheten 0.5 och rött med sannolikheten 0.5. Om stoppsignalen däremot visar rött kommer nästa stoppsignal att visa rött med sannolikheten 0.6 och grönt med sannolikheten 0.4.
  - (a) Ange övergångsmatrisen som tillhör Markovkedjan.
  - (b) Ange 2-stegs övergångsmatrisen och förklara vad den innebär.
  - (c) Om det första stoppet visar grön, vad är sannolikheten att tredje stoppet visar röd?

4. Antag att  $X_1, X_2, \dots, X_n$  är oberoende och fördelade enligt  $Ge(\theta)$  (geometrisk fördelning).

- (a) Beräkna momentskattningen  $\hat{\theta}_{mom}$  av  $\theta$ .
- (b) Härled maximum likelihood-skattningen  $\hat{\theta}$  av  $\theta$ .
- (c) Beskriv i detalj hur man kan använda Bootstrap för att approximera variansen för  $\hat{\theta}$  utifrån ett givet stickprov  $x_1, \dots, x_n$ .
- (d) Härled aposteriorifördelningen för  $\theta$  baserat på observationerna  $x_1, \dots, x_n$  från  $Ge(\theta)$ . Använd den konjugerade apriorifördelningen. Ge ett uttryck för  $\mathbb{E}(\theta|x_1, \dots, x_n)$  och jämför denna bayesianska estimator med maximum likelihood-estimatorn.

LYCKA TILL!

MATTIAS