Reglerteknik Z/E/TM

Kurskod: SSY051

Tentamen 2019-10-29

Tid: 14:00-18:00 Lokal: Johanneberg

Lärare: Bengt Lennartson, tel: 3722

Tentamen omfattar 25 poäng, där betyg tre fordrar 10 poäng, betyg fyra 15 poäng och betyg fem 20 poäng.

Granskning av rättning sker den 13 och 14 november kl 12:30-13:00 på avdelningen.

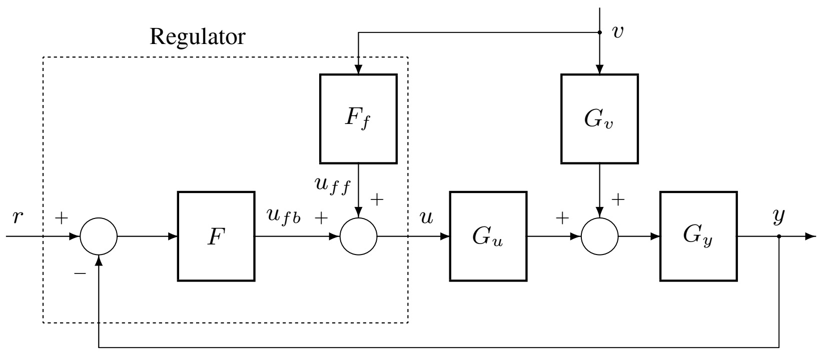
Tillåtna hjälpmedel:

- Bodediagram (ingår längst bak i tentamenstesen).
- Matematiska och fysikaliska tabeller, t ex Beta och Physics handbook.
- Valfri kalkylator med tömt minne.
- De fyra formelblad som ingår i tentamenstesen får också tas med på tentamen och då inkluderande egna handskrivna anteckningar på fram och baksida på de fyra formelbladen, dvs sammanlagt åtta A4-sidor. Datorutskrifter förutom de ingående formlerna och figurerna på de fyra formelbladen är ej tillåtna.

Institutionen för elektroteknik
Avdelningen för system- och reglerteknik
Chalmers tekniska högskola

1

En process styrs med både fram- och återkoppling enligt följande blockschema



där

$$G_y(s) = \frac{0.5}{1+2s} \qquad G_u(s) = \frac{1}{1+s} \qquad G_v(s) = 1 \qquad F(s) = \frac{0.5(1+2s)}{s}$$

Förmågan att dämpa laststörningar $v(t)$ ska undersökas vid återkoppling med och utan framkoppling.

a) Bestäm överföringsfunktionen $G_{vy}(s)$ från laststörningen v till utsignalen y då framkoppling ingår, och välj en statisk framkoppling F_f.

(2 p)

b) Bestäm beloppsfunktionen $|G_{vy}(j\omega)|$ med framkoppling och skissera denna funktion i ett logaritmiskt diagram (Bodediagram).

(1 p)

c) Jämför låg- och högfrekvensasymptoterna i uppgift b) med motsvarande asymptoter utan framkoppling. Kommentera framkopplingens inverkan på förmågan att hantera låg- och högfrekventa laststörningar.

(2 p)

2

En tredje ordningens process

$$G(s) = \frac{1}{(1+s)(1+Ts)^2} \qquad T \leq 1$$

ska regleras, där två olika designmetoder för PI-regulatorer

$$F_{PI}(s) = K_i \frac{1+T_i s}{s}$$

ska undersökas. I första fallet väljs tidskonstanten T_i så att största tidskonstanten i processen förkortas bort, d.v.s. $T_i = 1$. Förstärkningen K_i väljs så att fasmarginalen $\varphi_m = 50°$. Som alternativ väljs K_i och T_i så att samma fasmarginal $\varphi_m = 50°$ erhålls och en överkorsningsfrekvens ω_c så att K_i maximeras. Då tidskonstanten T i processen är relativt liten blir skillnaden liten mellan dessa båda dimensioneringsprinciper. Speciellt ger $T = 0.2$ samma regulatorinställning.

a) Dimensionera de två PI-regulatorerna för fallet $T = 1$, där maximal integralförstärkning K_i erhålls för $\omega_c = 0.36$ rad/s då $\varphi_m = 50°$.

(3 p)

b) Jämför de båda PI-regulatorernas förmåga att kompensera lågfrekventa laststörningar genom att studera lågfrekvensasymptoten från laststörningen v till processens utsignal y för de båda regulatorerna. Hur mycket effektivare är PI-regulatorn med maximerad integralförstärkning jämfört med fallet att största tidskonstanten förkortas bort då processens tidskonstant $T = 1$. Förklara skillnaden i resultat jämfört med fallet då $T = 0.2$.

(2 p)

3

En instabil kemisk process som ges av tillståndsmodellen

$$\dot{x}(t) = x(t) + bu(t)$$

ska stabiliseras med en P-regulator $F(s) = K_p$. Antag att $b > 0$.

a) Bestäm det återkopplade systemets pol som funktion av förstärkningen K_p och välj denna förstärkning så att det finns en marginal hos parametern b på en faktor 3 (uppåt och nedåt) innan det återkopplade systemet blir instabilt.

(2 p)

b) Bekräfta stabiliteten för det återkopplade systemet med hjälp av Nyquists generella stabilitetskriteriet.

(1 p)

(Uppgiften fortsätter på nästa sida)

c) Skissera principiellt vad som händer med Nyquistkurvan vid ovanstående P-reglering, då en fördröjning introduceras i styrsignalen, d.v.s. $u(t)$ ersätts med $u(t - T_d)$. (För den som ej klarar av föregående deluppgift studeras i stället ett förenklat (vanligt) Nyquistdiagram från $\omega = 0$ till $\omega = \infty$).

(1 p)

d) För vilken dödtid T_d övergår det återkopplade systemet enligt uppgift c) från ett stabilt till ett instabilt system? Ledning: Då gäller att $|L(j\omega_\pi)| = 1$, där $\angle L(j\omega_\pi) = -180°$

(1 p)

4

En regulator för en första ordningens process

$$G(s) = \frac{1}{s+1}$$

ska dimensioneras.

a) Bestäm en tillståndsåterkoppling

$$u = -L_u x + K_r r$$

så att det återkopplade systemets pol hamnar i $s = -\alpha$. Bestäm kretsöverföringen $L(s)$.

(2 p)

b) Introducera som ett alternativ en tillståndsåterkoppling från en observatör

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= A\hat{x} + Bu - K_y C\hat{x} - K_y(r - y) \\ u &= -L_u\hat{x} \end{aligned}$$

och välj tillståndsåterkopplingen L_u som i uppgift a) samt observatörens pol så att $\det(sI_n - A + K_y C) = s + 2\alpha$.

(1 p)

c) Bestäm regulatorns överföringsfunktion $F(s) = U(s)/E(s)$, där $E(s) = R(s) - Y(s)$ samt kretsöverföringen $L(s)$ för $\alpha = 2$.

(1 p)

d) Studera den komplementära känslighetsfunktionen $T(s) = L(s)/(1 + L(s))$ för de båda fallen tillståndsåterkoppling utan och med observatör. Jämför speciellt högfrekvensasymptoterna och diskutera känsligheten för icke-modellerade högfrekventa resonanser med avseende på det återkopplade systemets stabilitet.

(2 p)

5

En integralprocess med en dödtid

$$G(s) = \frac{e^{-sT_d}}{s}$$

ska regleras med en tidsdiskret P-regulator $u(kh) = K_p(r(kh) - y(kh))$.

a) Diskretisera processmodellen med ett samplingsintervall $h = T_d$. Dödtiden ger då en tidsfördröjning på ett sampel, vilket motsvarar z^{-1} i transformplanet.

(1 p)

b) Bestäm P-regulatorns förstärkning så att det återkopplade systemets poler hamnar i en dubbelpol i $z = 0.5$.

(2 p)

c) Bestäm utsignalen för det återkopplade systemet $y(kh)$ för $k = 0, 1$, och 2 samt $k = \infty$ då referenssignalen är ett enhetssteg.

(1 p)

Lösning till tentamen i Reglerteknik 191029

1. a) $Y = G_y(G_v V + G_u(F_f V - FY))$

$(1 + G_y G_u F) Y = G_y(G_v + G_u F_f) V$

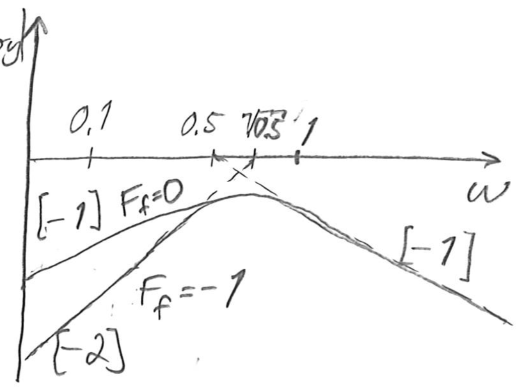
$$G_{vy}(s) = \frac{Y(s)}{V(s)} = \frac{G_y(s)\,(G_v(s) + G_u(s) F_f)}{1 + G_y(s) G_u(s) F(s)}$$

Statisk framkoppling $F_f = -\frac{G_v(0)}{G_u(0)} = -1$

$$G_{vy}(s) = \frac{\frac{0{,}5}{1+2s}\left(1 - \frac{1}{1+s}\right)}{1 + \frac{0{,}5}{\cancel{1+2s}}\frac{1}{1+s}\frac{0{,}5\cancel{(1+2s)}}{s}} =$$

$$= \frac{0.5 s^2}{(1+2s)\underbrace{(s^2 + s + 0.25)}_{(s+0.5)^2}} = \frac{2s^2}{(1 + s/0{,}5)^3}$$

b) $$|G_{vy}(j\omega)| = \frac{(\omega/\sqrt{0{,}5})^2}{\sqrt{1 + (\omega/0{,}5)^2}^{\,3}}$$



c) $$|G_{vy}(j\omega)| \approx \left(\frac{\omega}{\sqrt{0{,}5}}\right)^2 = \frac{\omega^2}{0.5} \quad \omega \ll 1$$

$$\approx \frac{0.25}{\omega} \quad \omega \gg 1$$

Utan framkoppling $F_f = 0$

$$G_{vy}(s) = \frac{0{,}5\,s(s+1)}{(1+2s)(s+0{,}5)^2} = \frac{s/0{,}5 \cdot (s+1)}{(1+s/0{,}5)^3}$$

$$|G_{vy}(j\omega)| \approx \begin{cases} \omega/0{,}5 & \omega \ll 1 \quad (LF) \\ 0{,}25/\omega & \omega \gg 1 \quad (HF) \end{cases}$$

$$\frac{|G_{vy}(F_f = -1)|}{|G_{vy}(F_f = 0)|} \approx \begin{cases} \omega & \omega \ll 1 \\ 1 & \omega \gg 1 \end{cases}$$

LF minskar kvadratiskt med F_f linjärt utan F_f
HF ingen skillnad

2. a) $G(s) = \dfrac{1}{(1+s)^3}$ $\quad F_{PI}(s) = \dfrac{K_i(1+s)}{s}$

$L(s) = \dfrac{K_i}{s(1+s)^2}$ $\quad |L(j\omega_c)| = \dfrac{K_i}{\omega_c(1+\omega_c^2)} = 1$

$\underline{/L(j\omega_c)} = -90^\circ - 2\arctan \omega_c = -180^\circ + \varphi_m =$
$= -180^\circ + 50^\circ$

$2\arctan \omega_c = 40^\circ$ $\quad \omega_c = \tan 20^\circ = 0.364$ rad/s

$K_i = \omega_c(1+\omega_c^2) = 0.4122$

$F_{PI}(s) = \dfrac{K_i(1+T_i s)}{s}$ $\quad L(s) = \dfrac{K_i(1+T_i s)}{s(1+s)^3}$

$\underline{/L(j\omega_c)} = -90^\circ - 3\arctan \omega_c + \arctan(T_i \omega_c)$
$= -180^\circ + \varphi_m = -130^\circ$

$T_i = \dfrac{1}{\omega_c}\tan(-40^\circ + 3\arctan \omega_c) =$
$= \dfrac{1}{0.6}\tan(-40^\circ + 3\arctan 0.6) = 2.203$

$|L(j\omega_c)| = \dfrac{K_i\sqrt{1+(T_i\omega_c)^2}}{\omega_c\sqrt{1+\omega_c^2}^{\,3}} = 1$

OBS! $\omega_c = 0.6$ ej 0.36

$K_i = \dfrac{\omega_c\sqrt{1+\omega_c^2}^{\,3}}{\sqrt{1+(2.203\,\omega_c)^2}} = 0.5741$

b) $G_{vy}(s) = \dfrac{G(s)}{1+G(s)F_{PI}(s)}$

För små s gäller $G(s) \approx 1$ $\quad F_{PI}(s) \approx \dfrac{K_i}{s}$

$G_{vy}(s) = \dfrac{s}{s+K_i} \approx \dfrac{s}{K_i}$ $\quad |G_{vy}(j\omega)| \approx \dfrac{\omega}{K_i}$

$\dfrac{\max K_i}{K_i(T_i=1)} = \dfrac{0.5741}{0.4122} \approx 1.393$ $\quad \therefore$ 39% effektivare kompensering av laststörningar då K_i maximeras.

3.

a) $\dot{x} = x + bu \Rightarrow G(s) = \frac{X(s)}{U(s)} = \frac{b}{s-1}$ $\quad L(s) = \frac{K_p b}{s-1}$

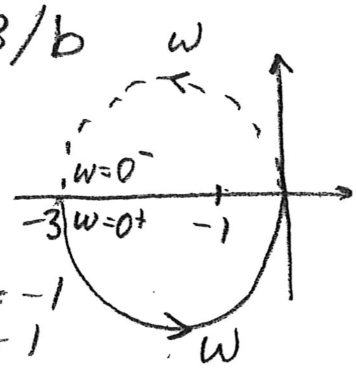
$G_{ry}(s) = \frac{L(s)}{1+L(s)} = \frac{K_p b}{s-1+K_p b}$ stabilt då $K_p b - 1 > 0$

Antag $b > 0 \Rightarrow$ stabilt då $K_p > 1/b$

marginal med faktor $3 \Rightarrow K_p = 3/b$

b) $L(s) = \frac{3}{s-1}$ $\quad |L(j\omega)| = \frac{3}{\sqrt{1+\omega^2}}$

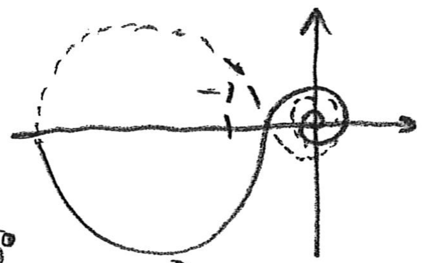
$L(j\omega) = \frac{3}{j\omega - 1}$ $\quad \angle L(j\omega) = -180° + \arctan \omega$



$N = -1$
$P = 1$
$Z = N + P = 0$

c) $L(j\omega) = \frac{3e^{-j\omega T_d}}{j\omega - 1}$

$\Rightarrow$ ytterligare negativ fasvridning



d) $\angle L(j\omega_\pi) = -180° + \arctan \omega_\pi - \frac{\omega_\pi T_d \cdot 180°}{\pi} = -180°$

$|L(j\omega_\pi)| = \frac{3}{\sqrt{1+\omega_\pi^2}} = 1$

$1 + \omega_\pi^2 = 9 \Rightarrow \omega_\pi = \sqrt{8} = 2.83$

$T_d = \frac{\pi \arctan \omega_\pi}{180° \omega_\pi} =$

$= \frac{\pi \arctan 2.83}{180° \cdot 2.83}$

$= 0.435$

4. $G(s) = \dfrac{1}{s+1} \Rightarrow \begin{array}{l} \dot{x} = -x + u \\ y = x \end{array}$

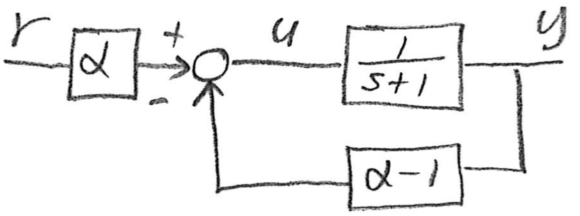
a) önskad polplacering i $s = -\alpha$

$u = -L_u x + K_r r$

$$\begin{cases} \dot{x} = -(1+L_u)x + K_r r \\ y = x \end{cases} \Rightarrow G_{ry}(s) = \frac{K_r}{s + \underbrace{(1+L_u)}_{\alpha}}$$

$\alpha = 1 + L_u \Rightarrow L_u = \alpha - 1$

$G_{ry}(0) = 1 \Rightarrow \dfrac{K_r}{\alpha} = 1 \Rightarrow K_r = \alpha$



$L(s) = \dfrac{\alpha - 1}{s+1}$

b) $s - (-1) + K_y = s + 2\alpha \Rightarrow K_y = 2\alpha - 1$

c) $s\hat{X}(s) = -\hat{X}(s) - L_u \hat{X}(s) - K_y \hat{X}(s) - K_y E(s)$

$U(s) = -L_u \hat{X}(s)$

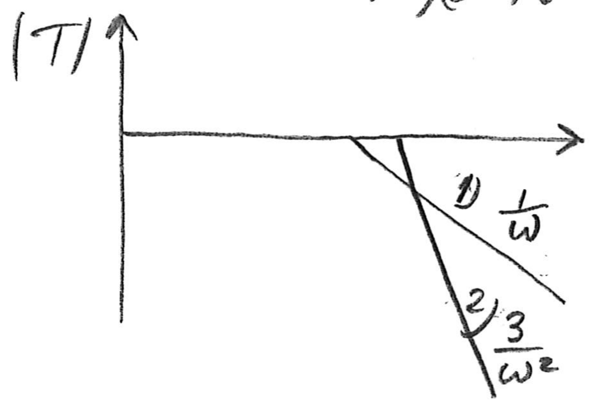
$$\frac{U(s)}{E(s)} = F(s) = -(\alpha-1)\frac{-(2\alpha-1)}{s+1+(\alpha-1)+(2\alpha-1)} = \frac{3}{s+5}$$

$$L(s) = G(s)F(s) = \frac{3}{(s+1)(s+5)}$$

d) 1. Tillståndsåterkoppling $T(s) = \dfrac{\frac{1}{s+1}}{1+\frac{1}{s+1}} = \dfrac{1}{s+2}$ $_{K\alpha}$

2. Tillståndsåterkoppling från observatör

$$T(s) = \frac{3/(s^2+6s+5)}{1+3/(s^2+6s+5)} = \frac{3}{s^2+6s+8} = \frac{3}{(s+2)(s+4)}$$



HF-asymptoter för T

1) $T_{HF} = \dfrac{1}{\omega}$ 2) $T_{HF} = \dfrac{3}{\omega^2}$

Robust stabilitetskravet

$|T| < \dfrac{1}{|\Delta_G|} \Rightarrow$ 1) (utan observatör) är mer känslig för HF resonanse eftersom $|T|_{2)} < |T|_{1)}$ för HF

5. a) $G(s) = \frac{e^{-sT_d}}{s}$ $\quad G_d(z) = \frac{h z^{-1}}{z-1}$ då $h = T_d$

b) $L_d(z) = \frac{K_p h}{z(z-1)}$ $\quad G_{ry_d}(z) = \frac{L_d(z)}{1+L_d(z)} = \frac{K_p h}{z^2 - z + K_p h}$

$$= \frac{0.25}{(z-0.5)^2} = \frac{0.25}{z^2 - z + 0.25}$$

$$K_p = \frac{0.25}{h} = 0.25/T_d$$

c) $Y(z) = \frac{0.25 z^{-2}}{1 - z^{-1} + 0.25 z^{-2}} R(z)$

$$(1 - z^{-1} + 0.25 z^{-2}) Y(z) = 0.25 z^{-2} R(z)$$

$$y(kh) - y(kh-h) + 0.25 y(kh-2h) = 0.25 r(kh-2h)$$

stegsvar $\quad r(kh) = \begin{cases} 1 & k \geq 0 \\ 0 & k < 0 \end{cases}$

$$y(kh) = y(kh-h) - 0.25 y(kh-2h) + 0.25$$

$k \geq 2$

$y(0) = y(h) = 0$

$y(2h) = 0.25$

$y(3h) = 0.5$

$y(4h) = 0.75 - 0.25 \cdot 0.25 = \frac{3}{4} - \frac{1}{16} = \frac{11}{16} \approx 0.6875$

$\vdots$

statisk förstärkning erhålls för $z = 1$ $\Rightarrow$ $G_{ry_d}(1) = 1$ och

$y(\infty) = r(\infty) = 1$