Reglerteknik Z

Kurskod: SSY 051

Tentamen 2015-01-03

Tid: 08:30-12:30, Lokal: M-huset

Lärare: Bengt Lennartson, tel: 3722

Tentamen omfattar 25 poäng, där betyg tre fordrar 10 poäng, betyg fyra 15 poäng och betyg fem 20 poäng.

Tentamensresultat anslås och granskning av rättning sker den *19 och 20 januari* kl 12:30-13:00 på avdelningen.

Tillåtna hjälpmedel:

- Bodediagram (ingår längst bak i tentamenstesen).
- Matematiska och fysikaliska tabeller, t ex Beta och Physics handbook.
- Valfri kalkylator med tömt minne.
- **OBS! Tidigare formelsamling i reglerteknik är ej tillåten, endast de formelblad som ingår i tentamenstesen**.

Lycka till!

Institutionen för signaler och system
Avdelningen för reglerteknik, automation och mekatronik
Chalmers tekniska högskola

1

En I-regulator $F(s) = K_i/s$ ska dimensioneras för en dödtidsprocess med transportfördröjningen T_d och en tidskonstant T. Vid dimensioneringen approximeras dödtidsprocessen med en första ordningens Padé-approximation, vilket ger processmodellen

$$G(s) = \frac{1 - sT_d/2}{(1 + sT)(1 + sT_d/2)}$$

Antag att $T = 1$ och $T_d = 1$.

a) Rita ett Bodediagram för processmodellen $G(s)$ inklusive beloppsasymptoter.
(2 p)

b) Välj förstärkningen K_i så att fasmarginalen för denna approximativa modell blir $\varphi_m = 50°$.
(1 p)

c) Ersätt Padé-approximationen med en exakt dödtidsmodell, och bestäm den verkliga fasmarginalen samt kommentera Padé-approxiamationens noggrannhet för den aktuella dödtiden.
(2 p)

2

En process med överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{K}{(1 + Ts)(1 + 2\zeta_p s/\omega_n + (s/\omega_n)^2)}$$

där $K = 1$, $T = 0.5$, $\zeta_p = 1$ och $\omega_n = 1$ ska regleras med en PID-regulator

$$F_{PID}(s) = K_i \frac{1 + 2\zeta s\tau + (s\tau)^2}{s(1 + s\tau/\beta)}$$

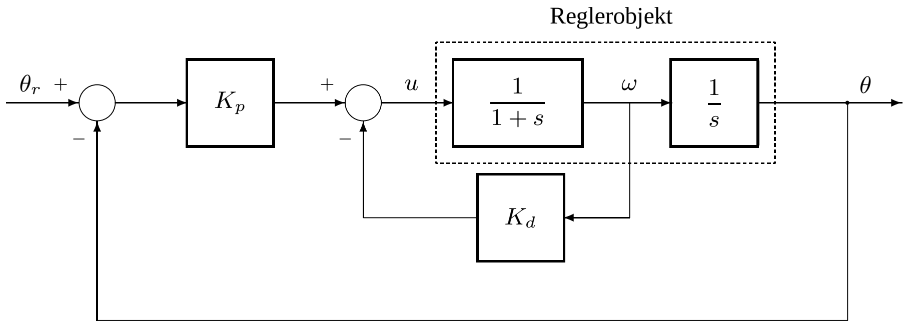
Välj fasmarginalen $\varphi_m = 50°$, $\zeta = 1$ (dubbelnollställe) samt $\beta = 6$.

a) Valet av överkorsningsfrekvens ω_c är inte självklart. Dimensionera därför två PID-regulatorer. Välj dels $\omega_c = 1.3$ rad/sek, vilket ger den största integralförstärkningen K_i, och jämför med $\omega_c = 1.6$ rad/sek. Det senare valet motsvarar en vanlig tumregel som säger att $\omega_c = \sqrt{\beta}/\tau$, som är mittfrekvensen för PD-delen $(1 + s\tau)/(1 + s\tau/\beta)$ då $\zeta = 1$.
(4 p)

b) Kommentera skillnaderna i förmågan att kompensera lågfrekventa laststörningar och känsligheten för högfrekventa mätstörningar i styrsignalen genom att studera och jämföra kriterierna $J_v = 1/K_i$ och $J_u = F(\infty)$ för de båda regulatorerna.
(1 p)

3

Figuren nedan beskriver ett servosystem för positionering av en last, där både vinkeln θ och vinkelhastigheten ω återkopplas.



a) Välj K_p och K_d så att polerna för det återkopplade systemet hamnar i $s = -1 \pm j$. (2 p)

b) Visa att denna regulatorstruktur också kan uppfattas som en tillståndsåterkoppling genom att formulera en tillståndsmodell för processen (reglerobjektet) samt en styrlag på formen

$$u = -L_u x + K_r \theta_r$$

(2 p)

c) Antag att en icke-modellerad högfrekvent resonans uppträder vid stysignalens excitation av reglerobjektet. Bestäm därför kretsöverföringen $L(s)$ då loopen bryts upp vid styrsignalen u samt motsvarande komplementära känslighetsfunktion $T(s)$ för godtyckliga värden på regulatorparametrarna K_p och K_d. (2 p)

d) Studera högfrekvensasymptoten för $T(s)$ och kommenterade regulatorparametrarnas inverkan på robustheten med avseende på den icke-modellerade högfrekventa resonansen. (1 p)

4

En första ordningens process

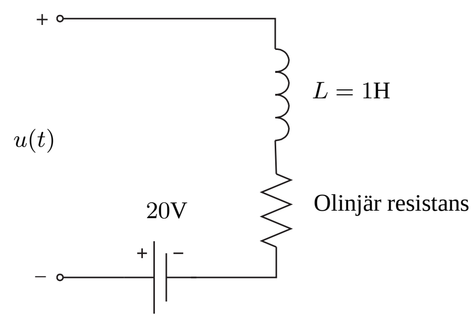
$$G(s) = \frac{1}{s+1}$$

ska regleras med en tidsdiskret P-regulator med förstärkningen K_p.

a) Diskretisera processen för ett godtyckligt samplingsintervall och bestäm $K_p > 0$ så att amplitudmarginalen blir $A_m = 3$. Var hamnar den tidsdiskreta polen? (2 p)

b) Ange speciellt värdet på K_p, den tidsdiskreta polen samt motsvarande tidskontinuerliga pol då samplingsintervallet $h = 1$, 0.1 och 0.01. Kommentera snabbheten (prestanda) med avseende på samplingsintervallets längd vid likvärdiga stabilitetsmargineler, i detta fallet samma A_m. (2 p)

5



Figuren visar en elektrisk krets med en olinjär resistans, en induktans, en konstant spänningskälla, samt en tidsvariabel insignalspänning $u(t)$.

a) Formulera en olinjär dynamisk modell med strömmen i kretsen $i(t)$ som tillståndsvariabel då strömmen genom resistansen

$$i_r = 2e^{0.1v_r}$$

där v_r är spänningen över resistansen.

(2 p)

b) Formulera en linjär modell kring arbetspunkten $u(t) = 0$ och bestäm överföringsfunktionen från u till spänningen över induktansen u_L, d.v.s. $G(s) = U_L(s)/U(s)$.

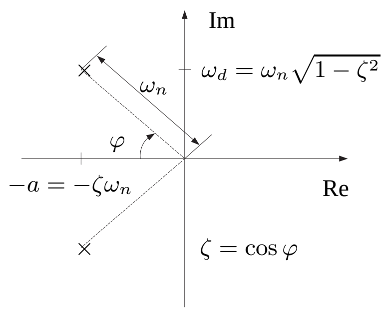
(2 p)

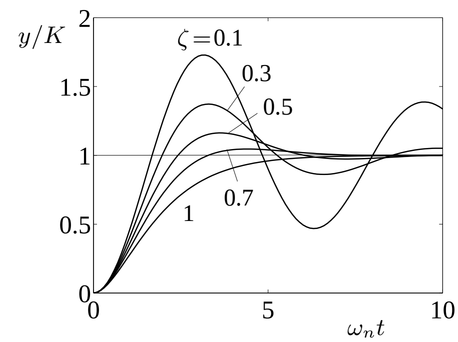
Formelblad

$$G(s) = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{K}{1 + 2\zeta s/\omega_n + (s/\omega_n)^2}$$

$$s = -a \pm j\omega_d \qquad \text{där} \qquad \begin{cases} a = \zeta\omega_n \\ \omega_d = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2} \end{cases}$$

$$y(t) = K(1 - e^{-at}\frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}}\sin(\omega_d t + \varphi)) \quad \text{där} \quad \varphi = \arccos(\zeta)$$





$$G(s) = \frac{1}{1 + s/\omega_1}$$

ω	$\omega_1/4$	$\omega_1/2$	ω_1	$2\omega_1$	$4\omega_1$
Korrektion	$\frac{1}{\sqrt{1.0625}}$	$\frac{1}{\sqrt{1.25}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{1.25}}$	$\frac{1}{\sqrt{1.0625}}$
$\text{Korrektion}_{\text{dB}}$	-0.2 dB	-1.0 dB	-3 dB	-1.0 dB	-0.2 dB

$$a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + a_2 s^{n-2} + a_3 s^{n-3} + \ldots = 0$$

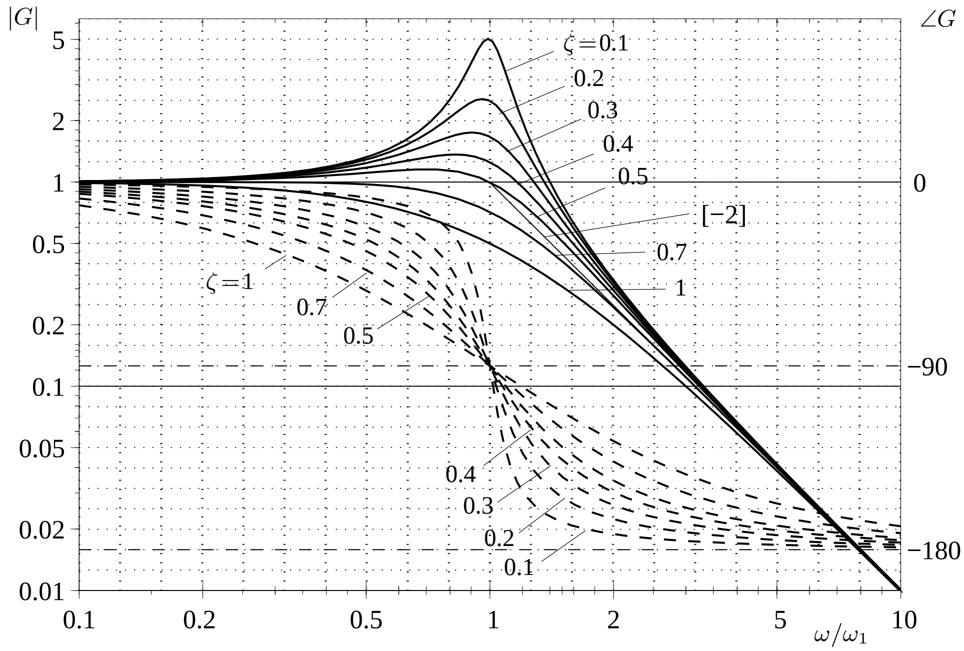
$$\begin{array}{l|llll}
s^n & a_0 & a_2 & a_4 & a_6 \ldots \\
s^{n-1} & a_1 & a_3 & a_5 & a_7 \ldots \\
s^{n-2} & c_0 & c_1 & c_2 \ldots & \\
s^{n-3} & d_0 & d_1 & d_2 \ldots & \\
. & . & & & \\
. & . & & & \\
s^0 & & & &
\end{array}$$

$$c_0 = \frac{a_1 a_2 - a_3 a_0}{a_1} \qquad c_1 = \frac{a_1 a_4 - a_5 a_0}{a_1} \qquad d_0 = \frac{c_0 a_3 - c_1 a_1}{c_0} \qquad \text{etc}$$

$$S(s) = \frac{1}{1 + L(s)} \qquad T(s) = 1 - S(s) = \frac{L(s)}{1 + L(s)}$$

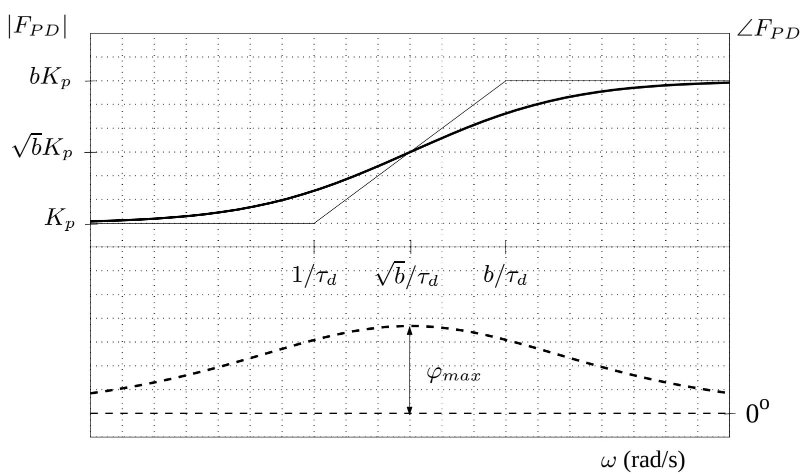
$$G_v(s)S(s) = \frac{G_v(s)}{1 + L(s)} \qquad F(s)S(s) = \frac{F(s)}{1 + L(s)} = \frac{T(s)}{G(s)}$$

$$G(s) = \frac{1}{1 + 2\zeta s/\omega_1 + (s/\omega_1)^2}$$



$$|F(j\omega_c)| = \frac{1}{|G(j\omega_c)|} \qquad \angle F(j\omega_c) = -180^\circ + \varphi_m - \angle G(j\omega_c)$$

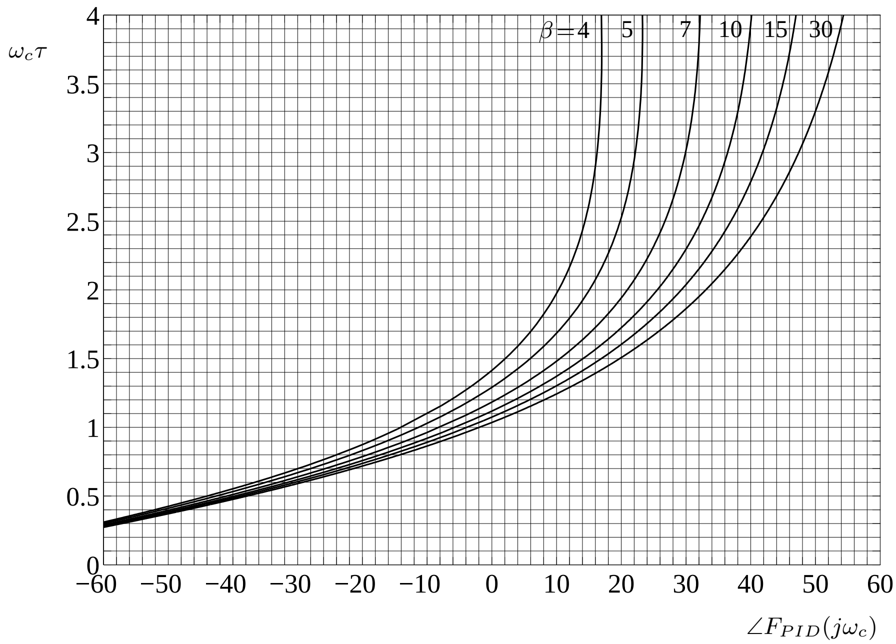
$$F_{PD}(s) = K_p(1 + \frac{T_d s}{1 + T_f s}) = K_p \frac{1 + s\tau_d}{1 + s\tau_d/b} \qquad b > 1$$

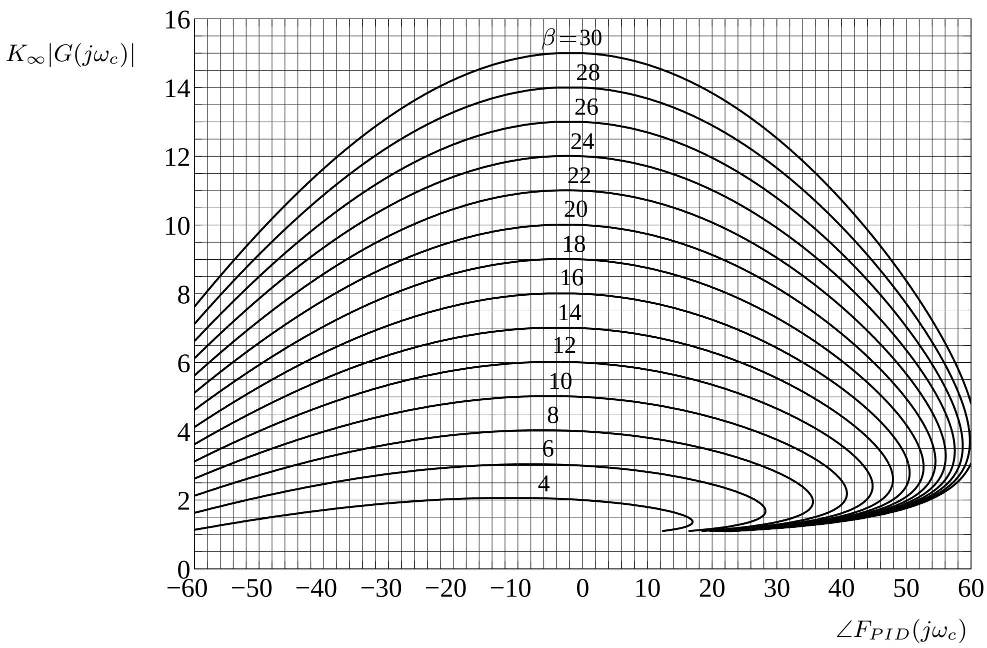


$$b = \frac{1 + \sin\varphi_{max}}{1 - \sin\varphi_{max}}$$

$$F_{PID}(s) = K_p\left(1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{1 + T_f s}\right) = K_i \frac{1 + 2\zeta s\tau + (s\tau)^2}{s(1 + s\tau/\beta)}$$

$$K_\infty = |F_{PID}(\infty)| = K_i \tau \beta$$





$$\Delta_G(s) = \frac{G_0(s) - G(s)}{G(s)} \qquad |T(j\omega)| < \frac{1}{|\Delta_G(j\omega)|} \quad \forall\, \omega$$

$$\dot{x} = f(x,u) \quad y = g(x,u)$$

$$\begin{aligned}\Delta\dot{x}(t) &= A\Delta x(t) + B\Delta u(t)\\ \Delta y(t) &= C\Delta x(t) + D\Delta u(t)\end{aligned}$$

$$A = \left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{(x_0,u_0)} \quad B = \left.\frac{\partial f}{\partial u}\right|_{(x_0,u_0)} \quad C = \left.\frac{\partial g}{\partial x}\right|_{(x_0,u_0)} \quad D = \left.\frac{\partial g}{\partial u}\right|_{(x_0,u_0)}$$

$$G(s) = C(sI-A)^{-1}B + D = \frac{b_1 s^{n-1} + \ldots + b_{n-1}s + b_n}{s^n + a_1 s^{n-1} + \ldots + a_{n-1}s + a_n} + d$$

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -a_1 & -a_2 & \cdots & -a_{n-1} & -a_n \\ 1 & 0 & & 0 & 0 \\ 0 & 1 & & 0 & 0 \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & \cdots & b_{n-1} & b_n \end{bmatrix} x(t) + d\,u(t)$$

$$x(t) = \Phi(t-t_0)x(t_0) + \int_{t_0}^{t} \Phi(t-\tau)Bu(\tau)\,d\tau$$

$$\Phi(t) = e^{At} = \mathcal{L}^{-1}\{(sI-A)^{-1}\} = I + At + \frac{A^2t^2}{2!} + \ldots = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{A^k t^k}{k!}$$

$$\mathcal{S} = \begin{bmatrix} B & AB & \cdots & A^{n-1}B \end{bmatrix} \qquad \mathcal{O} = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= (A - BL_u)x(t) + BK_r r(t) + B_v v(t)\\ y(t) &= Cx(t)\\ u(t) &= -L_u x(t) + K_r r(t)\end{aligned}$$

$$L(s) = L_u(sI-A)^{-1}B$$

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + K_y\left(y_m(t) - C\hat{x}(t)\right)$$

$$\dot{\tilde{x}}(t) = (A - K_yC)\tilde{x}(t) + B_v v(t) + K_y w(t)$$

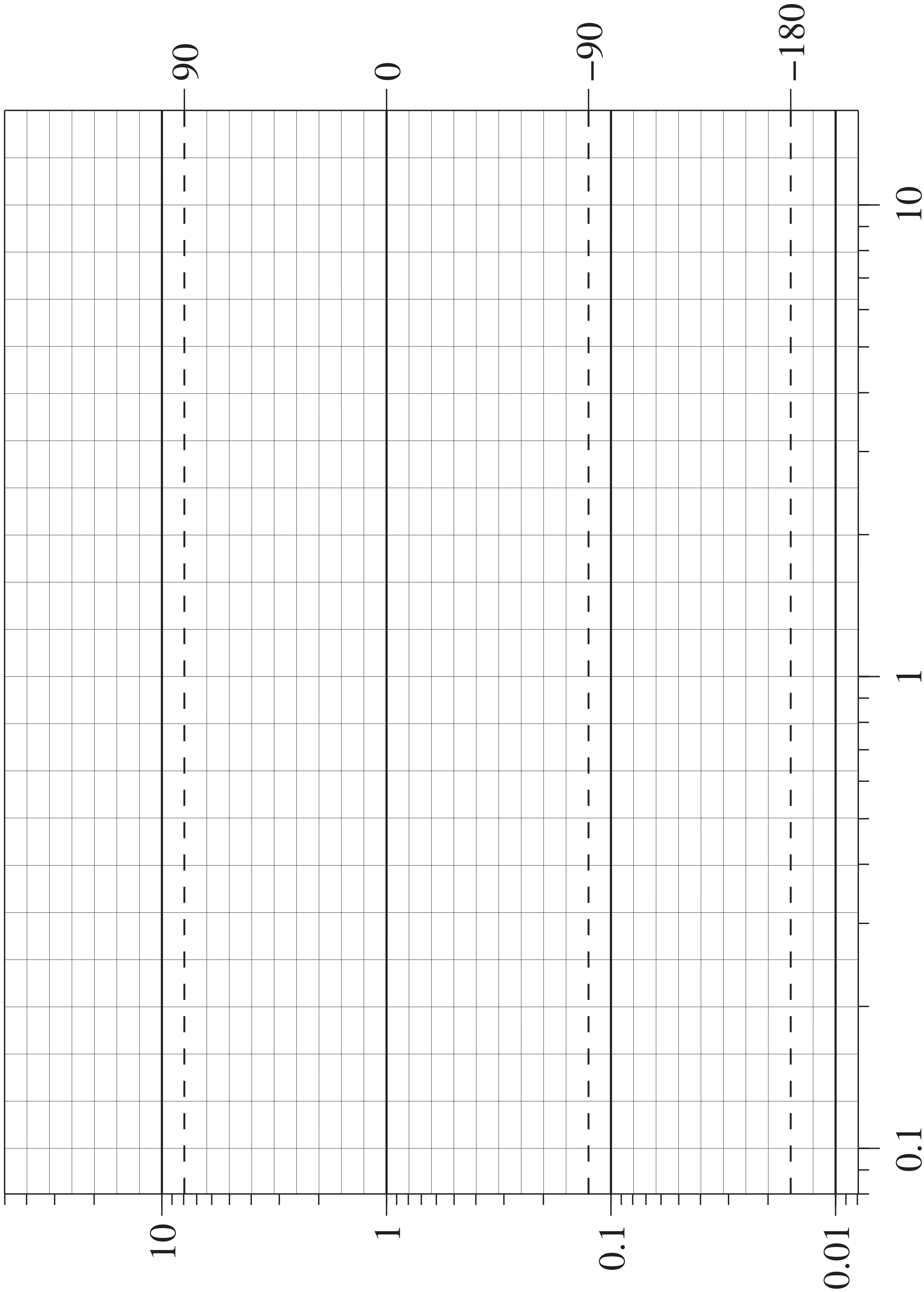
$$U(s) = -F(s)Y_m(s) = -L_u(sI - A + BL_u + K_yC)^{-1}K_yY_m(s)$$

$$G(s) = \frac{1}{s} \qquad G_d(z) = \frac{hz^{-1}}{1-z^{-1}}$$

$$G(s) = \frac{a}{s+a} \qquad G_d(z) = \frac{(1-e^{-ah})z^{-1}}{1-e^{-ah}z^{-1}}$$

$$F(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + \frac{K_d s}{1+T_f s}$$

$$F_d(z) = K_p + K_i\frac{hz^{-1}}{1-z^{-1}} + \frac{K_d}{T_f}\frac{1-z^{-1}}{1-e^{-h/T_f}z^{-1}}$$



90
0
−90
−180
10
1
0.1
0.01
10
1
0.1