

# Systemkonstruktion Z3

(Kurs nr: SSY 046)

## Lösningförslag till Tentamen 21 oktober 2011

Tid: 08:30-12:30,

Lokal: Maskin-salar.

Lärare: Jonas Fredriksson, tel 772 1359

Tentamen omfattar 25 poäng, 10 poäng motsvarar betyg tre (3), 15 poäng motsvarar betyg fyra (4) och 20 poäng motsvarar betyg fem (5). Notera att slutbetyget på kursen beror på övriga moment i kursen, tentamen är en del.

*Tillåtna hjälpmedel:*

- Matematiska och fysikaliska tabeller, t ex Beta och Physics handbook.
- Typgodkänd kalkylator.

*Lösningförslag* anslås efter tentamen på avdelningens anslagstavla samt på kursens hemsida.

*Tentamenresultat* meddelas via Ladok.

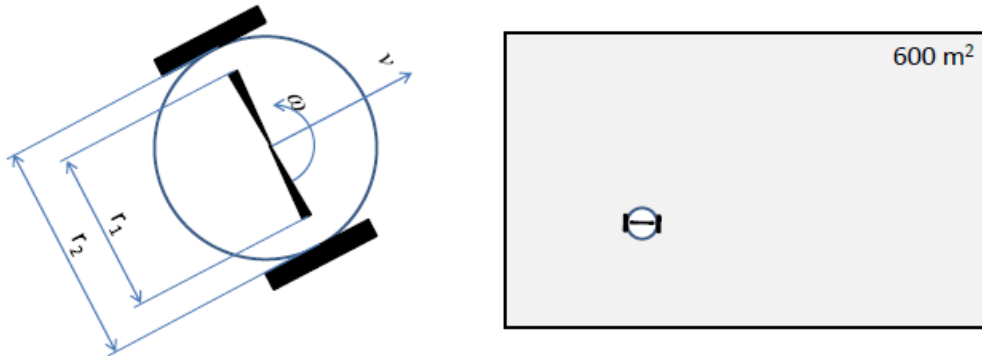
*Granskning* av rättning sker den 7 och 8 november kl 12:30-13:15 på institutionen.

Lycka till!

Institutionen för signaler och system  
Chalmers tekniska högskola

# Självgående gräsklippare

Som ingenjör skall du konstruera en liten självgående gräsklippare för hemmabruk. Gräsklipparen ska utan hjälp kunna klippa en gräsyta motsvarande minst  $600 \text{ m}^2$ . Gräsklipparen består av ett chassi och ett klippaggregat. Klippaggregatet drivs med hjälp av en elmotor och framdrivningen sker med två PMDC elmotorer.



Från kundundersökningar och litteraturstudier finns följande uppgifter att tillgå: Gräsklipparen ska åka i maximalt  $3.6 \text{ km/h}$  och kunna accelerera till denna hastighet på  $1 \text{ sekund}$ . Gräsklipparens vikt är bestämd till  $5 \text{ kg}$  och dess diameter är  $45 \text{ cm}$ . Vidare ska klippbredden,  $r_1$ , vara  $300 \text{ mm}$ . Fordonets energiförsörjning sker via  $2 \text{ st } 12\text{V}$  batterier på ca  $14 \text{ Ah}$ , som antingen kan serie- eller parallellkopplas.

Vid klippning blir motståndet proportionellt mot hastigheten,  $bv$ , där  $b$  är  $30 \text{ Ns/m}$  och  $v$  är gräsklipparens hastighet. Motståndet innefattar både rullmotstånd och motstånd från klippningen. Hjulen har goda terrägenegenskaper och deras diameter är  $20 \text{ cm}$ .

I slutet av tentamenstesen finns för uppgiften relevanta datablad.

## 1

Vad är syftet med funktionsanalysen vid arbete med systematisk konstruktion? Gör en funktionsanalys för gräsklipparen?

(2p)

*Lösning: Syftet är att specificera systemets funktioner och systemgränser. Även bryta ned i delsystem. Lösningen bör vara lösningsoberoende.*

*Förslag på funktionsanalys för gräsklipparen:*

- Klippa gräs.
- Köra klippare framåt, bakåt, svänga.
- Undvika hinder.
- Kontrollera batteriladdningsstatus.
- Navigera.

*Lösningsberoende funktionsanalys ger avdrag 0.5p!*

## 2

Skriv en kravspecifikation för konstruktionen! Kravspecifikationen ska innehålla information kring maxhastighet, körtid (minsta tid som systemet ska kunna klara av att vara igång) och vikt. (Det kan vara nödvändigt att göra uträkningar för att komma fram till vissa krav.)

(2p)

*Lösning: Kravspecen ska innehålla krav och önskemål på maxhastighet, vikt och körtid. Alla krav skall vara numrerade för att få full poäng.*

---

### 1 Kravspecifikation systemet

- 1.1 Gräsklipparen skall väga minst 15 kg.
- 1.2 Gräsklipparens åkhastighet skall vara minst 0.1 m/s.
- 1.3 Gräsklipparens åkhastighet skall vara maximalt 1 m/s.
- 1.4 Gräsklipparens klippbredd skall vara minst 0.3m.
- 1.5 Gräsklipparens körtid skall vara minst 2h.
- 1.5 Gräsklipparens skall kunna köra autonomt.

### 2 Kravspecifikation klippaggregat

- 2.1 Klippaggregatet skall vara av roterande typ.

2.2 Klippaggregatets rotationshastighet skall vara minst 50 rad/s.

2.3 Klippaggregatets rotationshastighet skall vara maximalt 500 rad/s.

---

### 3

Ta fram en matematisk modell för gräsklipparen. Formulera modell som en linjär tillståndsmodell. För att förenkla modellerandet, är det rimligt att anta att hjulens tröghetsmoment är litet, i.e kraften som hjulen påverkar klipparen ges direkt från elmotormomentet,  $F = M\dot{i}_{utv}/r_{hjul}$ , där  $M$  är motormomentet,  $\dot{i}_{utv}$  är utväxling och  $r_{hjul}$  är hjulradien.

(4p)

*Lösning: Trefasmetoden ger:*

*Strukturering: Se figur på sid 2. Till denna kan tre krafter läggas  $F_l$ ,  $F_r$  samt  $bv$ . Dessa krafter är hjulkrafter samt motstånd.*

*Basekvationer:*

*Balansekvationer (Newtonslagar):*

$$m\dot{v} = F_l + F_r - bv$$

$$J\dot{\omega} = F_r r_2/2 - F_l r_2/2$$

*Konstitutiva samband:*

$$F_r = M_r \dot{i}_{utv}/r_{hjul}$$

$$F_l = M_l \dot{i}_{utv}/r_{hjul}$$

*Formulera tillståndsmodell:*

*Välj tillstånd:  $x_1 = v$  och  $x_2 = \omega$*

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -\frac{b}{m} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} \frac{\dot{i}_{utv}}{mr_{hjul}} & \frac{\dot{i}_{utv}}{mr_{hjul}} \\ \frac{\dot{i}_{utv}r_2}{2Jr_{hjul}} & -\frac{\dot{i}_{utv}r_2}{2Jr_{hjul}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_r \\ M_l \end{bmatrix}$$

### 4

För framdrivning av gräsklipparen skall elmotorer användas. Tyvärr är det ej lämpligt att köra en motorn vid så låga varvtal som det rör sig om i fallet med gräsklipparen (dålig verkningsgrad), för att lösa detta kommer en planetväxellåda att kopplas in mellan motor och drivhjul. Välj en lämplig motor ur datablad samt bestäm en lämplig utväxling! Motivera dina val!

(3p)

*Lösning:*

*Hjulhastigheten  $\omega = v/r = 1/0.1 = 10 \text{ rad/s} \approx 100 \text{ rpm}$ .*

*Alla motorer har ett nominellt varvtal under 4150 rpm. Välj utväxling:*

$$i_{utv} = 4150/100 \approx 40$$

*Vid konstant drift  $v = 1 \text{ m/s}$  kan momentet beräknas såsom*

$$(M_r + M_l)i_{utv}/r_{hjul} = m\dot{v} + bv = bv = 30 * 1 = 30$$

*$M_r = M_l$  ger*

$$M_r = M_l = bvr_{hjul}/2i_{utv} = 30 * 0.1/(2 * 40) = 0.038$$

*Effekten vid detta varvtal kan beräknas som*

$$P = M_r\omega_{motor} = M_r\omega i_{utv} = 0.038 * 10 * 40 = 15.2$$

*Detta ger att motor SB4060 och SB4078 är lämpliga val, ty  $P_{nom} \geq 1.5P$ . Det nominella momentet för SB4060 är 43 mNm, vilket är högre än momentbehovet, så SB4060 är ett lämpligt val. Även under accelerationsfasen är SB4060 tillräcklig.*

## 5

För klippaggregatet har ni kommit fram till att en elmotor skall väljas. Du står inför valet att välja en shunt eller serie kopplad DC-motor. Vilken typ av motor är lämpligast att välja för klippaggregatet?

(2p)

*Lösning: En seriekopplad motor har inget maxvarvtal, det betyder att när gräsklipparen inte klipper gräs kommer den rotera med mycket hög hastighet. En shuntkopplad motor har i stort sett ett konstant varvtal oberoende av last. Detta betyder att motorn kommer att rotera med konstant varvtal oberoende av om den klipper gräs eller ej.*

## 6

För att få gräsklipparen att autonomt kunna klippa gräset på gräsmattan behöver den förses med en styrstrategi (navigationsstrategier). Genomför en lösningssökning för denna funktion. Ge förslag på lösningar (minst 3 olika) och diskutera fördelar och nackdelar med respektive lösning. Rita även ett flödesschema för styrningen för den lösning som väljs!

(4p)

*Lösning: Många lösningar finns, individuell prövning kommer att ske. Förslag som dödräkning, GPS, WiFi, radio, slumpad körning.*

## 7

För att gräset skall bli så frodigt som möjligt, är det viktigt att gräset klipps av och inte slits av. Detta kan styras med hjälp av förhållandet mellan klipparens åkshastighet och klippaggregatets rotationshastighet. Givet en konstant rotationshastighet (rpm),  $\omega_{agg}$ , ges förhållandet mellan klipparens åkshastighet,  $v$ , och ett godhetstal för "klippytan",  $y$ , som

$$y = -50(v - 1.4)^2 + 0.2\omega_{agg}$$

Klippytan önskas så bra som möjligt, ju högra godhetstal desto bättre. Samtidigt är det viktigt att få hög åkshastigheten för att på så viss få längre körtid på klipparen.

- a) Formulera detta som ett optimeringsproblem! Välj design variabler, design parametrar, design funktioner, målfunktion och bivillkor (om sådana finns), och formulera på formen:

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ \text{subject to:} \quad & x_{min} \leq x \leq x_{max} \\ & g_i(x) \leq 0 \\ & g_j(x) = 0 \end{aligned}$$

(3p)

- b) Vad är maximala godhetstalet för "klippytan", då  $\omega_{agg} = 500$  rpm?

(2p)

*Lösning:*

- a) *Design variabel:  $v$ , design parameter:  $\omega$ , design funktion:  $y = -50(v - 1.4)^2 + 0.2\omega_{agg}$ .*

$$\begin{aligned} \min_{v, \omega_{agg}} \quad & 50(v - 1.4)^2 - 0.2\omega_{agg} \\ \text{subject to:} \quad & 0 \leq v \leq 1 \\ & \omega_{agg} = \text{konstant} \end{aligned}$$

b) Derivera målfunktionen map  $v$  och sätt lika med 0:

$$\frac{dy}{dv} = 100(v - 1.4) = 0 \Rightarrow v = 1.4$$

Då detta är större än tillåtet  $v$ , då funktionens maximum ligger utanför tillåtet område kontrolleras randvillkoren för att hitta maximum. Detta ger att maximala godhetstalet ges för  $v = 1$ ,  $y = -50(1 - 1.4)^2 + 100 = 92$

## 8

För att kunna styra gräsklipparen med hjälp av en tillståndsåterkoppling behöver tillgång till systemets två tillståndsvariabler,  $v$  och  $\omega$ . Behöver man mäta bägge dessa variabler eller är det möjligt att estimeras den ena eller den andra med hjälp av en observatör?

(3p)

Ledning: Systemet dynamik kan antas ha formen  $\dot{x} = Ax + Bu$ , där  $x = [v \ \omega]^T$  och

$$A = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Lösning: Observerbarhetsmatrisen ges som

$$O = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}$$

Om  $O$  har full rang är systemet observerbart.

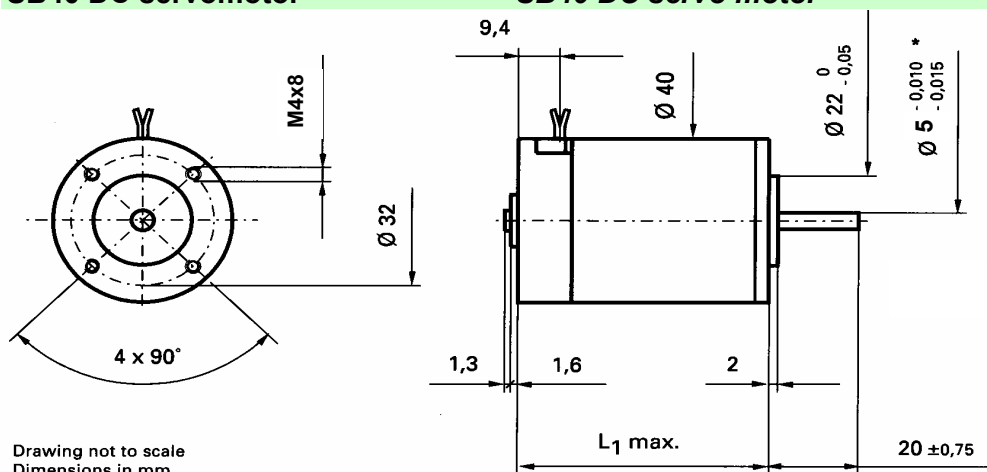
För vårt system är  $C = [1 \ 0]$  eller  $C = [0 \ 1]$  beroende på om vi mäter  $v$  eller  $\omega$ . Detta ger:

$$O_v = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad O_\omega = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Vi noterar att ingen av dessa observerbarhetsmatriser har full rang, dvs vi måste mäta båda signalerna,  $v$  och  $\omega$ . Det är ej möjligt att observera den ena eller den andra signalen från mätning av en signal.

**SB40 DC servomotor**

**SB40 DC servo motor**



DC motorer med servoegenskaper. Keramiska magneter. Finns med kullager, andra lindningar, olika axelutförande och med encoder.

DC motor with servo performance. Ceramic magnets. Available with ballbearings, other windings, different shaft configurations and with encoder.

Drawing not to scale  
Dimensions in mm

Tekniska data Specification		SB4045	SB4060	SB4078	SB4085	
Typ av magnet Magnet type		Keramisk / Ceramic				
Nominell effekt Rated power	W	10,4	23,6	29,1	38,2	
Nominellt moment Rated torque	mNm	17	43	67	81	
Nominellt varvtal Rated speed	rpm	5 850	5 250	4 150	4 500	
Startmoment Stall torque	mNm	100	300	440	560	
Tomgångsvarvtal No load speed	rpm	7 000	6 200	4 900	5 300	
Lutning vartalskonstant Speed regulation constant	rpm/mNm	68	22	11	10	
Tröghetsmoment rotor Rotor inertia	gcm <sup>2</sup>	18,8	41,7	72	84,7	
Mechanisk tidskonstant Mechanical time constant	ms	14	9	9	9	
Termisk tidskonstant Thermal time constant	min	7,2	11,4	13,5	13,8	
Termisk resistans Thermal resistance	rotor-stator rotor-stator stator-omgivning stator-ambient	° C/W	14,0	8,7	7,2	5,7
Vikt Mass	kg	0,2	0,29	0,39	0,44	
Längd Length	mm	46,3	61	77,5	85,2	

Nominell spänning Rated voltage	V	12	24	48	12	24	48	12	24	48	12	24	48
Moment konstant Torque constant	mNm/A	15,5	31,5	62	18,3	36,2	73	22,9	45,8	92,5	21,2	42,4	83,7
Mot EMK konstant Back EMF constant	V/krpm	1,6	3,3	6,5	1,9	3,8	7,6	2,4	4,8	9,7	2,2	4,4	8,8
Resistans Resistance	ohm	1,9	7,1	29,2	0,8	3	11,5	0,7	2,5	9,7	0,6	1,9	7
Induktans Inductance	mH	1,2	4,6	18,6	0,6	2,5	10	0,7	2,6	10,7	0,5	2	7,7
Tomgångsström No load current	A	0,32	0,16	0,08	0,33	0,16	0,08	0,33	0,16	0,08	0,36	0,18	0,09
Start ström Stall current	A	6,2	3,3	1,6	14,5	8,1	4,2	16,9	9,6	4,9	21,7	13	6,9