

Tentamen SSY042

Signaler och System, Z2

Examinator: Ants R. Silberberg

8 juni 2017 kl. 08.30-12.30 sal: M

Förfrågningar: Ants Silberberg, tel. 1808
Lösningar: Anslås på institutionens anslagstavla, plan 5.
Resultat: Rapporteras in i Ladok
Granskning: Tisdag 20 juni kl. 12.00 - 13.00 , rum 3311 på plan 3 i ED-huset (Lunnerummet), korridor parallell med Hörsalsvägen.
Bedömning: En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng.

Hjälpmedel

- Typgodkänd miniräknare
- Beta Mathematics Handbook
- Fyra sidor med egna anteckningar. Endast egenproducerade och handskrivna anteckningar. Inga kopior eller 'maskin(dator)skrivna' text.

Betygsgränser

<i>Poäng</i>	0-10	11-15	16-20	21-25
<i>Betyg</i>	U	3	4	5

Lycka till!

1. Diskret Fouriertransform (DFT) $X[k]$ av signalen $x[n]$ beräknas som

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j \frac{2\pi}{N} kn}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, N-1$$

Utifrån signalens DFT kan signalen återskapas enligt

$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k] e^{j \frac{2\pi}{N} kn}, \quad n = 0, 1, 2, \dots, N-1$$

- a) Beskriv hur DFT ($X_a[k]$) av den diskreta signalen $x_a[n] = N$, $n = 0, 1, 2, \dots, N-1$ ser ut. Gör en skiss över $x_a[n]$ och $|X_a[k]|$. Låt $N = 16$. (1p)
- b) Den kontinuerliga signalen $x(t) = \cos(\omega t)$ samplas med samplingsintervallet $T_s = 1.25 \cdot 10^{-4}$ s. Vinkelfrekvensen $\omega = 3000\pi$ rad/s och antalet sampel $N = 16$. Då erhålls den diskreta signalen $x_b[n] = x(nT_s)$, $n = 0, 1, 2, \dots, N-1$. Därefter beräknas signalens DFT ($X_b[k]$) enligt sambandet ovan. Gör en skiss som visar det principiella utseendet hos $|X_b[k]|$. (2p)
- c) Värdena $X_b[k]$ och $X_b[k-1]$ ($1 < k < N-1$) representerar olika frekvenser. Vilken är skillnaden mellan dessa frekvenser i rad/s. (2p)

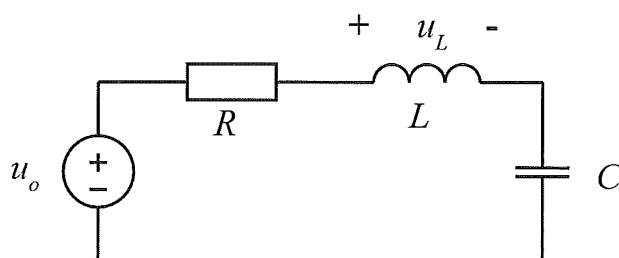
2. Relationen mellan insignalsspänning $u_o(t)$ och utsignalsspänning $u_L(t)$ i kretsen som visas i figur 1 ges av differentialekvationen

$$LC \frac{d^2 u_L(t)}{dt^2} + RC \frac{du_L(t)}{dt} + u_L(t) = LC \frac{d^2 u_o(t)}{dt^2}$$

Beräkna spänningen $u_L(t)$ då insignalen utgörs av en konstant spänning på 4.0 Volt och appliceras vid $t = 0$. Kretsen saknar begynnelseenergi för $t < 0$. (5p)

$$R = 4.8 \, \Omega \qquad L = 4.0 \, \text{H} \qquad C = 0.25 \, \text{F}$$

$$u_o(t) = \begin{cases} 4.0 \, \text{V}, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$



Figur 1: Elektrisk krets

3. Ett diskret LTI-system med differensekvationen

$$y[n] - 0.6 y[n-1] + 0.08 y[n-2] = 2 x[n] - 0.4 x[n-1]$$

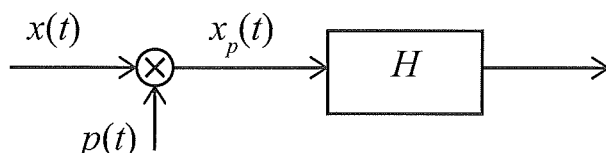
befinner sig i vila ($y[-1] = y[-2] = 0$). Beräkna utsignalen $y[n]$ för insignal $x[n] = (-0.8)^n u[n]$. (5p)

4. En kontinuerlig signal $x(t) = \cos(\omega_c t) + \cos(1.6\omega_c t)$ samplas genom multiplikation av ett impulståg $p(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT)$ enligt figur 2. Den samplade signalen $x_p(t)$ filtreras sedan i ett idealt rekonstruktionsfilter med frekvenssvaret

$$H(j\omega) = \begin{cases} T, & |\omega| < \omega_s/2 \\ 0, & \text{annars} \end{cases}$$

där samplingsintervallet $T = \frac{2\pi}{\omega_s}$ s och $\omega_s = 2.2\omega_c$ rad/s.

- Skissa och beskriv den samplade signalens Fouriertransform.
- Skissa och beskriv den filtrerade signalens Fouriertransform.
- Jämför den ursprungliga signalen $x(t)$ med den samplade och filtrerade signalen samt kommentera resultatet.



Figur 2: Modell för sampling

(5p)

5. En kontinuerlig och periodisk signal $x(t)$ kan beskrivas med en komplex Fourierserie enligt

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{k}{1+k^2} e^{jk4t}.$$

Signalen $x(t)$ utgör insignal till ett kontinuerligt LTI-system med impulssvaret

$$h(t) = \delta(t) - e^{-3t}u(t)$$

Beräkna den komplexa Fourierserien för systemets utsignal $y(t)$. (5p)