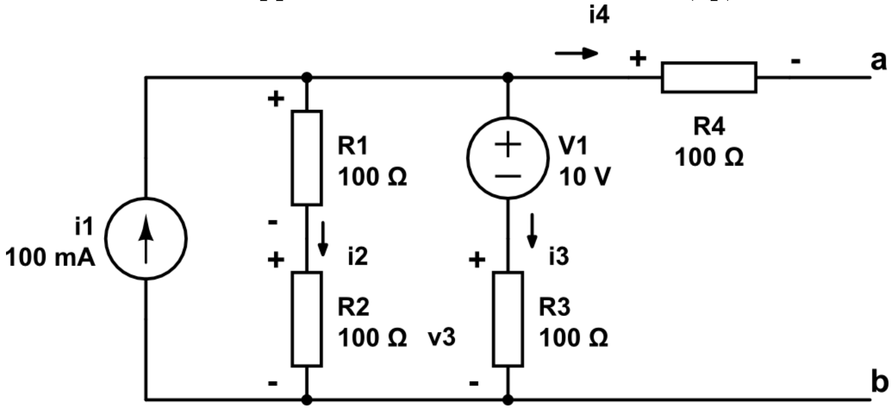
Kortfattade lösningsförslag till
Tentamen Elektriska Kretsar och Elenergi för Z2 (RRY135).
2019-01-18, 14:00-18:00.

****

1. a) Bestäm strömmen i_2 genom R2 och spänningen v_3 över R3 i figuren nedan. (2p)
   b) I vilken av de 4 resistorerna utvecklas minst effekt? Ange denna effekt. (1p)
   c) Bestäm Thevenin- och Norton ekvivalenterna till tvåpolen a-b! (3p)
   d) En spole med induktansen L = 0,2 H kopplas in mellan a och b. Skissa hur strömmen $i_L(t)$ genom spolen och spänningen $v_L(t)$ över spolen varierar från tiden t=0 då spolen ansluts tills stationärtillstånd uppnåtts. Beräkna tidskonstanten. (3p)



a) Utan last mellan a och b är i4=0. Kretsen har då två maskor med tre grenströmmar, i1, i2 och i3 där endast i1 är känd. Maskanalys med en strömgenerator ger två maskströmmar, i_A och i_B där i_A=i1, i_B=i3 och i2=i_A-i_B=i1-i3. KVL på högra maskan ger $v1+i_B\cdot R3+(i_B-i_A)(R1+R2)=0 \rightarrow i_B(R1+R2+R3) - i_A(R1+R2) + v1 = 0 \rightarrow i_B = 0{,}033$ A
   i2 = 0,1 – 0,033 = 0,067 A
   v3= 0,033·100 = 3,33 V

b) Det går ström genom R1, R2 och R3, men inte genom R4. Minst effekt utvecklas i R4 och effekten är 0 W.

c) För att beräkna ersättningsresistansen R_T, nollställ alla oberoende källor och förenkla.
   $R_T = R_4 + \frac{(R_1+R_2)\cdot R_3}{R_1+R_2+R_3} = \frac{500}{3} = 167\ \Omega$
   Ifrån a) har vi att tomgångsspänningen $v_{oc} = v_1 + v_3 = 10 + 3{,}3 = 13{,}3$ V
   Theveninekvivalent: $v_T = v_{OC} = 13{,}3$ V och $R_T = 167\ \Omega$
   Nortonekvivalenten har $R_T = 167\ \Omega$ och $I_N = v_T/R_T = 13{,}3/167 = 0{,}080$ A

d) När spolen ansluts får vi ett transient förlopp. Den nya kretsen motsvarar en RL-krets med resistansen R_T. Spolen är strömtrög så $i_L(t)$ ökar från 0 A till kortslutningsströmmen $i_{SC} = i_N = 0{,}080$ A enligt $i_L(t) = i_N(1 - e^{-t/\tau})$ där tidskonstanten $\tau = L/R_T = 1{,}19$ ms. Spänningen genom spolen v_L avtar samtidigt ifrån $v_T = 13{,}3$ V till 0 V med samma tidskonstant.

2. Du har fått i uppdrag att designa en skruvdragare och har bestämt dig för en permanent-magnetiserad (PM) DC-maskin. DC-maskinen ska drivas från ett batteri som har spänning V_a = 24 V och från tillverkaren har du följande parametrar om DC-maskinen:

R_a = 300 [mΩ] (@ 25 [°C])	L_a = 82 [µH]	λ = 30.2 [mWb]
$T_{max,w}$ = 155 [°C]	$R_{th,wh}$ = 1.9 [K/W] (lindning till hölje)	$R_{th,ha}$ = 4.7 [K/W] (hölje till omgivning)

Det mekaniska systemet (last, DC-maskin och kopplingen mellan maskin och last) har proportionalitetskonstant, B = 0.24 [mNm s/rad] och tröghetsmassa, J = 150 [gcm^2].

a) Vilken ström klarar maskinen av utan att bli överhettad om omgivningstemperaturen är 25 [°C]? (2p)
b) Rita maskinens moment-varvtalskurva med numeriska värden på x- och y-axeln och markera vilken arbetspunkt maskinen kommer arbeta i med den anslutna lasten. (4p)
c) När lindningen värms upp ökar resistansen enligt $R_T = R_{25^oC}(1 + \alpha_{cu}(T - 25^oC))$ där α_{cu} = 0.0039 [1/°C]
Ungefär vilken verkningsgrad kommer maskinen ha i arbetspunkten ovan? (Det räcker med att räkna ut resistansen med en iteration.) (3p)

a) Maximal lindningstemperatur är 155 °C så vi kan teckna från den termiska kretsen följande ekvation:

$$T_{max,w} = P_{loss,max}\left(R_{th,wh} + R_{th,ha}\right) + T_{amb}$$
$$\Rightarrow P_{loss,max} = \frac{T_{max,w} - T_{amb}}{\left(R_{th,wh} + R_{th,ha}\right)} = \frac{155°\text{C} - 25°\text{C}}{(1.9 + 4.7)} = 19.7\ W$$

Vilket resulterar i maximal tillåtna ström:

$$I_{max,rms} = \sqrt{\frac{P_{loss,max}}{R_a}} = \sqrt{\frac{19.7}{0.3}} = 8.1\ A$$

b) $T_e = \lambda \cdot i_a$ och $i_a = \frac{V_a - E_a}{R_a}$ där $E_a = \lambda \cdot \omega$

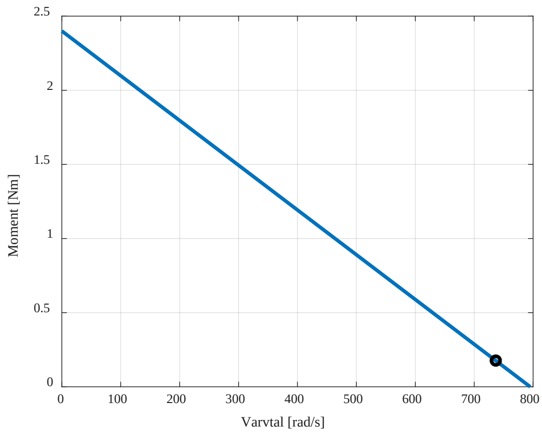
$$T_{e,max}(\omega = 0) = \frac{V_a}{R_a}\lambda = \frac{24\ V}{0.3\ \Omega} \cdot 30.2\ mWb = 2.4\ Nm$$

$$\omega_{max}(i_a = 0) = \frac{V_a}{\lambda} = \frac{24\ V}{30.2\ mWb} = 794.7\frac{rad}{s} = 7590\ rpm$$

Lasten kan tecknas som $T_L = B \cdot \omega$ vilket resulterar i arbetspunkten:

$$T_L = B\omega = T_e = \lambda i_a = \lambda\frac{V_a - \lambda\omega}{R_a} \Rightarrow \omega = \frac{\lambda V_a}{BR_a + \lambda^2} = 736.6\frac{rad}{s}$$

$\Rightarrow T = 176.8\ mNm$



c) Temperatur vid drift:

$$T_w = P_{loss}\left(R_{th,wh} + R_{th,ha}\right) + T_{amb}$$

För att räkna ut förlusterna behöver vi strömmen, den får vi från Te = $\lambda i_a \rightarrow i_a = \frac{\mathrm{Te}}{\lambda} = \frac{176.8}{30.2} = 5.85\ A$

$$T_w = 0.3 \cdot 5.85^2(1.9 + 4.7) + 25 = 92.86\ ℃$$

Resistansen vid driftpunkten blir med en iteration enligt formeln i uppgiften:

$R_T = 0.3 \cdot \left(1 + 0.0039 \cdot (92.86\ ℃ - 25^o C)\right) = 379.4\ m\Omega$

Verkningsgraden blir då (samma arbetspunkt):

$\eta = \frac{P_{ut}}{P_{ut}+P_{loss}} = \frac{176.8\ mNm\cdot 736.6\frac{rad}{s}}{176.8\ mNm\cdot 736.6\frac{rad}{s}+379.4m\Omega\cdot 5.85^2\ A^2} = 90.9\%$

3.

En sinusformad spänningskälla v(t)=100cos(ωt) A med ω=1000 rad/s är kopplad till en krets enligt figur. Antag R=1 kΩ, L=10 mH och C=2 μF

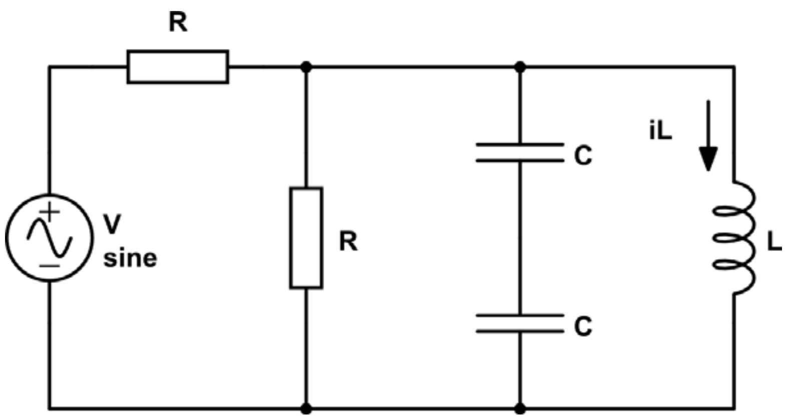
a) Beräkna inimpedansen Z_{in} som spänningskällan ser. Ange impedansen på både polär och rektangulär komplex form. Är inimpedansen kapacitiv eller induktiv vid denna frekvens? (3p)

b) Beräkna $i_L(t)$ i tidsplanet. (2p)

c) Antag att vinkelfrekvensen ω varieras. Vid en viss vinkelfrekvens $\omega=\omega_0$ uppstår resonans i kretsen. Beräkna ω_0

Vad krävs för att resonans ska uppstå i en allmän resonanskrets?. (2p)

d) Resonanskretsar brukar beskrivas med godhetstalet Q, även kallat kvalitetsfaktor. Vilken egenskap hos resonanskretsen är det som beskrivs med Q? (1p)



a) Den ekvivalenta kapacitansen C_2 för de två seriekopplade kondensatorerna är $C_2=C/2$.
$Z_{C2}=1/j\omega C_2=2/j\omega C$ (alternativ $Z_{C2} = (1/j\omega C) + (1/j\omega C) = 2/j\omega C$).
C_2 och L är parallellkopplade med en av resistorerna. Räkna ut den ekvivalenta impedansen Z_p för de parallellkopplade komponenterna. Z_p är seriekopplad med den kvarvarande resistorn så att $Z_{in} = R + Z_p$

$Z_p = 0{,}102 + j10{,}1 = 10{,}1e^{j89{,}4°}\ \Omega$

$Zin = 1000 + 0{,}102 + j10{,}1 = 1000 + j10{,}1 = 1000e^{j0{,}579°}\ \Omega$

Z_{in} är induktiv.

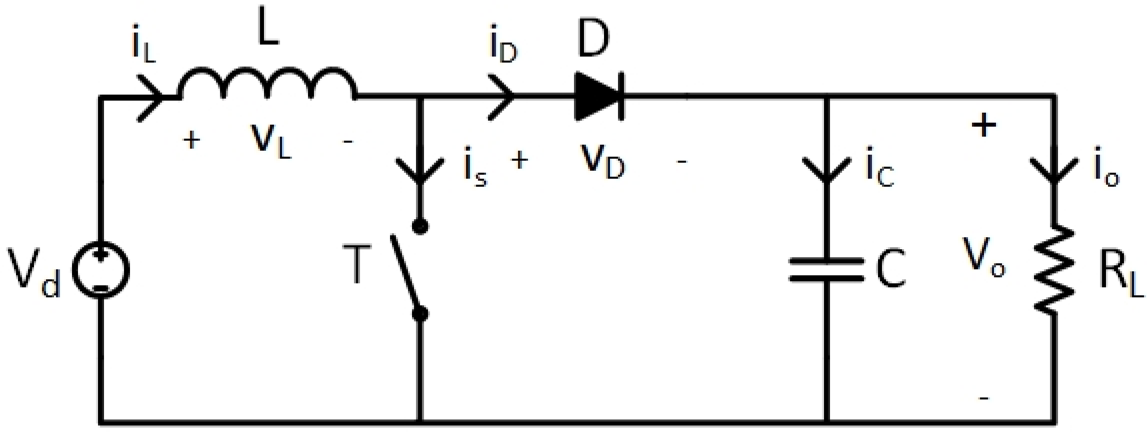
b) Omvandla inspänningen v(t) till frekvensplanet: $V_s = 100\ e^{j0°}$ V
Använd spänningsdelning för att beräkna spänningen V_p över parallellimpedansen Z_p: $V_p = V_s\ (Z_p / Z_{in}) = 1{,}01e^{j88{,}8°}$ V
Vi har spänningen Vp över spolen och Ohms lag ger $I_L = V_p / Z_L = 0{,}101\ e^{-j1{,}18}$ A
Omvandla strömmen till tidsplanet $i_L(t) = 0{,}101 \cos(1000t - 1{,}18°)$ A

c) Resonans uppstår då kretsens reaktans X = 0, dvs inimpedansen blir rent resistiv.

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L\cdot C/2}} = \frac{1}{\sqrt{0{,}01\cdot 10^{-6}}} = 10000\ rad/s$$

d) Godhetstalet anger hur selektivt (smalt) filtret är med avseende på frekvens. Ett högt godhetstal Q motsvarar en liten bandbredd, dvs resonans sker inom ett smalt frekvensområde.

4. Antag följande krets med komponentvärden enligt nedan. Boost-omvandlaren nedan har följande komponentvärden, last och matningsspänning.

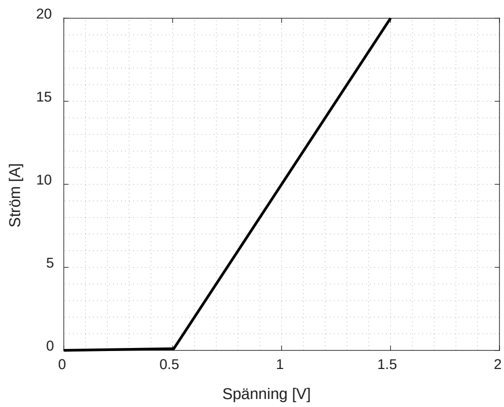


$R_L = 6$ [Ω]	$L = 100$ [mH]	$V_d = 12$ [V]
$C = 100$ [μF]	$f_{sw} = 100$ [kHz]	$D = 0.6$

a) Rita kurvformerna under en switchperiod för strömmarna; i_L, i_s, i_D, i_C och i_o samt spänningarna; V_d, v_L, v_D och V_o. (3p)

b) Härled ett uttryck för utspänningen, V_o, som funktion av duty cycle, D, och inspänningen, V_d. (2p)

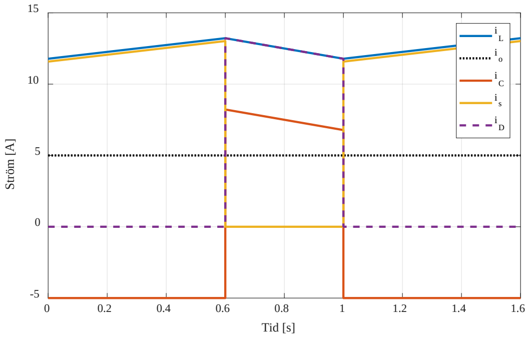
c) Dioden sitter på en kylfläns med termisk resistans 8 [K/W]. Vad blir temperaturen på kylflänsen i arbetspunkten? Antag att omgivningstemperaturen är 25 [°C] och att strömmen genom dioden är konstant när den leder (Δi_L=0). Diodens ström/spännings-karaktäristik samt termiska resistanser finns nedan. (2p)

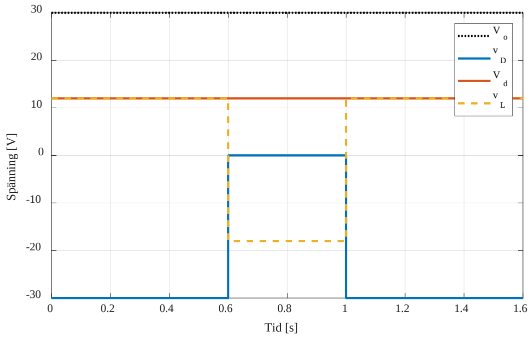


Termisk resistans		
Kisel till kapsel	3.2	[°C/W]
Kapsel till kylfläns	0.8	
Kisel till omgivning[1]	110	

[1]*Monterad utan kylfläns*

a)





b) Börja med att medelvärdet av spänning över induktansen måste vara noll:

$$v_{L,avg} = \frac{1}{T}\int_0^T v_L(t)dt = 0$$

Dela upp integralen för switch på och switch av och lös:

$$\frac{1}{T}\left(\int_0^{DT} V_d dt + \int_{DT}^{T}(V_d - V_o)dt\right) = \frac{1}{T}(DT\cdot V_d + T\cdot V_d - T\cdot V_o - DT\cdot V_d + DT\cdot V_o)$$

$$= V_d - V_o + DV_o \Rightarrow \boxed{V_o = \frac{V_d}{1-D}}$$

c) Dioden leder när switchen är öppen annars är diodens ström noll. Eftersom medelvärdet av diodströmmen är 5 A (samma som utströmmen) och vi antar att när dioden leder är strömmen genom den konstant, så kan vi räkna ut diodströmmen när dioden leder som:

$$\frac{1}{T}\left(\underbrace{\int_0^{DT} i_D\,dt}_{=0} + \int_{DT}^{T} i_D\,dt\right) = 5\,A \rightarrow i_{D,leder} = \frac{5\,A}{(1-D)} = 12.5\,A$$

Vilket ger RMS strömmen:

$$\sqrt{\frac{1}{T}\left(\underbrace{\int_0^{DT} i_D^2 dt}_{=0} + \int_{DT}^{T} i_D^2 dt\right)} = \sqrt{0 + 12.5^2(1-D)} = 7.9\,A$$

$R_{ds,on}$ fås ur grafen till:

$$\frac{\Delta V}{\Delta I} = \frac{0.5\,V}{10\,A} = 0.05\,\Omega$$

Förlusterna blir $P_{loss} = R_{ds,on}\cdot {i_{rms}}^2 + V_{th}i_{avg} = 0.05\cdot 7.9^2 + 0.5\cdot 5 = 5.62\,W$

Och temperaturen blir $T_{hs} = T_a + P_{loss}\cdot R_{th} = 25 + 5.62\cdot 8 = 70\text{ °C}$

5. I förstärkarkretsen nedan är kapacitansen C känd, C=22 nF. Förstärkarkretsens asymptotiska Bodediagram för amplituden av överföringsfunktionen H(ω)=Vut/Vin visas i diagrammet. Op-förstärkaren kan antas vara ideal.

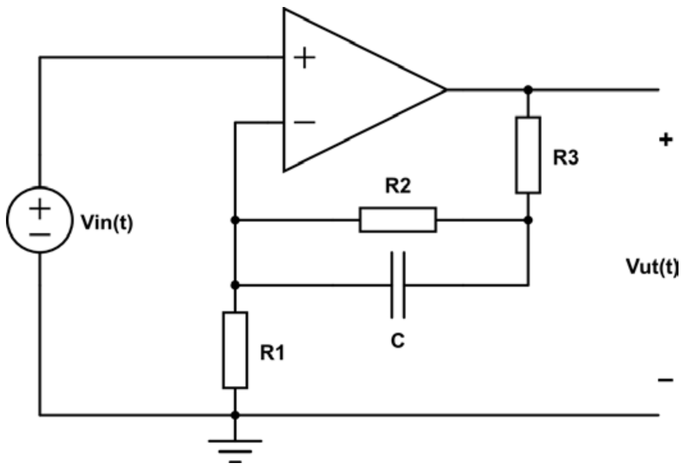
a) Bestäm H(jω)=Vut/Vin. Uttryck svaret i R1, R2, R3, C och ω.

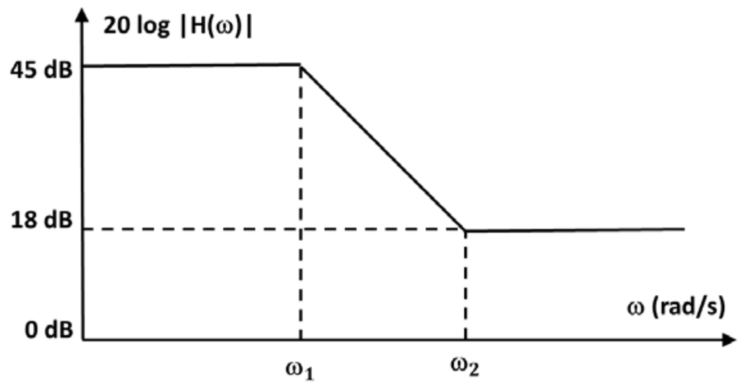
Skriv om möjligt H på formen $H(\omega) = K \cdot \frac{1+j\frac{\omega}{\omega_2}}{1+j\frac{\omega}{\omega_1}}$

Ett korrekt uttryck på H(ω), men som inte är omskrivet på den efterfrågade formen kommer att ge 3 poäng på frågan. (4p)

b) I uttrycket $H(\omega) = K \cdot \frac{1+j\frac{\omega}{\omega_2}}{1+j\frac{\omega}{\omega_1}}$ är ω_1 och ω_2 brytvinkelfrekvenserna som syns i det asymptotiska Bodediagrammet. Ange ω_1 och ω_2 uttryckt i R1, R2, R3 och C. (1p)

c) Första brytvinkelfrekvensen är vid $\omega_1 = 2\pi \cdot 100 = 628$ rad/s. Beräkna de numeriska värdena för R1, R2, R3 och ω_2. (4p)





a) $R_2 // \frac{1}{j\omega C} = \frac{R_2 \cdot \frac{1}{j\omega C}}{R_2 + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{R_2}{1+j\omega C R_2}$

$$H(\omega)=\frac{\mathrm{Vut}}{\mathrm{Vin}}=\frac{R_1+R_3+R_2//\frac{1}{j\omega C}}{R_1}=\frac{R_1+R_3+\frac{R_2}{1+j\omega CR_2}}{R_1}=$$

$$=\frac{R_1+R_3+j\omega CR_2(R_1+R_3)+R_2}{R_1(1+j\omega CR_2)}=$$

$$=\frac{R_1+R_2+R_3}{R_1}\cdot\frac{1+j\omega C\cdot\frac{R_2(R_1+R_3)}{R_1+R_2+R_3}}{1+j\omega CR_2}$$

Vi har nu överföringsfunktionen på den efterfrågade formen med $K=\frac{R_1+R_2+R_3}{R_1}$

b) Från överföringsfunktionen får vi att $\omega_1=1/CR_2$ och $\omega_2=\frac{1}{\frac{R_2(R_1+R_3)}{R_1+R_2+R_3}C}=\frac{R_1+R_2+R_3}{R_2(R_1+R_3)C}$

$\omega_1=2\pi\cdot 100=1/CR_2$

$$R_2=\frac{1}{2\pi\cdot 100\cdot \mathrm{C}}=72343\ \Omega$$

Sätter vi ω=0 är H(0)=K och Bodediagrammet ger H(0)=45 dB

$K=\frac{R_1+R_2+R_3}{R_1}=10^{\frac{45}{20}}$=177,8

Vid höga vinkelfrekvenser (>ω_2) är C kortsluten så att $\frac{\mathrm{Vut}}{\mathrm{Vin}}=\frac{R_1+R_3}{R_1}$. Enligt Bodediagrammet har vi då $\frac{\mathrm{Vut}}{\mathrm{Vin}}=10^{\frac{18}{20}}$=7,94

$$\frac{R_1+R_3}{R_1}=1+\frac{R_3}{R_1}=7{,}94$$

R_3=6,94·R_1

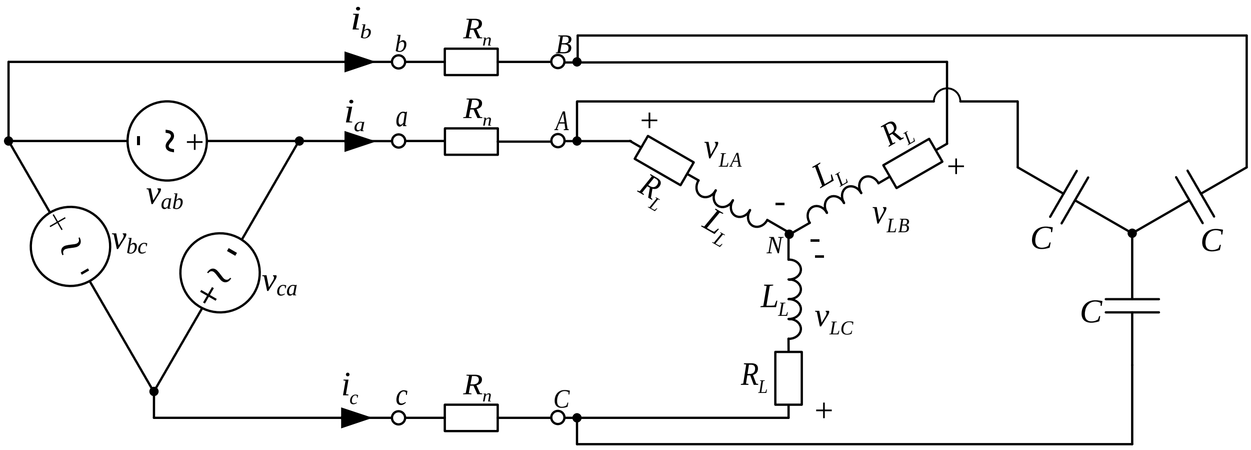
$$K=\frac{R_1+R_2+R_3}{R_1}=\frac{R_1+72343+6{,}94\cdot R_1}{R_1}=177{,}8$$

R_1=426 Ω

R_3=2950 Ω

ω_2=14,1 krad/s

6. En industri vill ha hjälp av dig att faskompensera en induktiv 3-fas last som är ansluten till deras 400 V nät enligt figuren nedan. Nätspänningen är 400 V RMS huvudspänning 50 Hz, nätimpedansen är R_n=1 Ω och lastimpedansen är R_L=10 Ω, L_L=19.1 mH.



a) Beräkna den aktiva och reaktiva effekten ifrån spänningskällan, spänningen över lasten samt aktiva effektförlusterna i elnätet utan faskompensering (ta bort kondensatorerna ur figuren ovan). (4p)

b) Beräkna värdet på kondensatorerna, C, som faskompenserar lasten så att $\cos\varphi$ för lasten blir 1. (2p)

c) Beräkna spänningen över lasten samt den aktiva effektförlusten i elnätet med faskompensering. (2p)

Lösning:

a)

Löser denna uppgift genom att räkna på en fas. Fasspänningen är

$$U_s = \frac{400}{\sqrt{3}} = 231\ V$$

Strömmen från nätet fås

$$I_{nät} = \frac{U_s}{R_n + R_L + j\omega L_L} = \frac{231}{1 + 10 + j2\pi 50 \cdot 19.1 \cdot 10^{-3}} = \frac{231}{11 + j6} = \frac{231}{12.53\angle 28.61^\circ}$$
$$= 18.44\angle -28.61^\circ\ A$$

Spänningen över lasten blir

$$U_{Last} = (R_L + j\omega L_L) I_{nät} = (10 + j6)18.44\angle -28.61^\circ = 11.66\angle 30.96^\circ \cdot 18.44\angle -28.61^\circ$$
$$= 215.0\angle 2.35^\circ\ V$$

Aktiva effektförlusterna i nätet blir

$$P_{nät} = 3R_n |I_{nät}|^2 = 3 \cdot 1 \cdot 18.44^2 = 1020\ W$$

Effekten från spänningskällan blir

$$S_v = P_v + jQ_v = 3U_s I_{nät}^* = 3 \cdot 231 \cdot 18.44\angle 28.61^\circ = 12779\angle 28.61^\circ = 11219 + j6119\ VA$$

b)

Den reaktiva effekten som lasten drar skall produceras av kondensatorn. Den reaktiva effekten som lasten drar är den samma som tas från spänningskällan eftersom nätet är helt resistiv:

$Q_L = Q_v = 6119\ VAr$, detta vid en lastspänning på 215.0 V

Den skenbara effekten från kondensatorn

$$S_C = P_C + jQ_C = 3U_{Last} I_C^* = [I_C = j\omega C U_{Last}] = -j3\omega C |U_{Last}|^2$$

$$0 = Q_L + Q_C = Q_L - 3\omega C |U_{Last}|^2 \Rightarrow C = \frac{Q_L}{3\omega |U_{Last}|^2} = \frac{6119}{3 \cdot 2\pi 50 \cdot 215^2} = 0.14\ mF$$

c)
Den ekvivalenta lastimpedansen blir

$$Z_{ekv} = \frac{Z_{Last} Z_C}{Z_C + Z_{Last}} = \left[Z_C = \frac{1}{j\omega C} = \frac{-j}{2\pi 50 \cdot 0.421 \cdot 10^{-3}} = -j22.67 \right] = \frac{-j22.67(10+j6)}{10+j6-j22.67}$$

$$= \frac{-j22.67(10+j6)}{10-j16.67} = \frac{22.67\angle{-90^\circ} \cdot 12.53\angle 28.61^\circ}{19.43\angle{-59.04^\circ}} = 13.6\angle 0^\circ\ \Omega$$

Strömmen från nätet fås

$$I_{nät} = \frac{U_s}{R_n + Z_{ekv}} = \frac{231}{1+13.6} = \frac{231}{14.6} = 15.8\ A$$

Spänningen över lasten blir

$$U_{Last} = Z_{ekv} I_{nät} = 13.6 \cdot 15.8 = 215.2\ V$$

Aktiva effektförlusterna i nätet blir

$$P_{nät} = 3R_n |I_{nät}|^2 = 3 \cdot 1 \cdot 15.8^2 = 749\ W$$