# Kortfattade lösningsförslag, RRY135, 2018-01-12

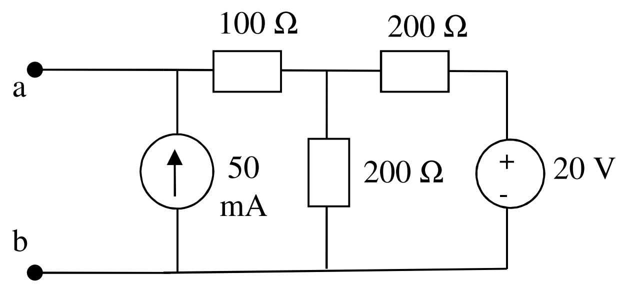
1.

a) Beräkna effekterna $p_{20V}$ och $p_{50mA}$ som likspänningskällan på 20 V och likströmkällan på 50 mA i kretsen nedan avger eller mottar. (3p)

b) Bestäm Thevenin- och Norton-ekvivalenten till tvåpolen a-b! (3p)

c) En resistiv last $R_L$ kopplas in mellan a-b. Hur skall $R_L$ väljas för att maximera effektutvecklingen $P_L$ i lasten? Beräkna effekten $P_L$! (2p)

d) Lasten $R_L$ kopplas bort och en strömkälla $i_0$ kopplas in mellan a-b. Hur ska $i_0$ väljas (ange storlek och referensriktning) för att inte avge eller motta någon effekt ($P_{i0}=0$, $i_0 \neq 0$ A)? (2p)




Lösning:

a) Vi söker t.ex först maskströmmarna $i_1$, $i_2$ där $i_1$=50 mA är given av strömkällan. KVL i maska 2 ger: $20V + 200\Omega \cdot (i_2-i_1) + 200\Omega \cdot i_2 = 0 \Rightarrow i_2 = -25$ mA. Spänningen över strömkällan blir $v_{ab}=100\Omega i_1+200\Omega \cdot (i_1-i_2)=20$ V. Effekterna blir: $P_{20V}=20V \cdot 25mA=0.5$ W, avgiven effekt (ty ström ut vid +), $P_{50mA}=50mA \cdot 20V= 1$ W, avgiven effekt.

b) Thevenin ekvivalenten utgörs av spänningskälla $v_t=v_{ab}$ (tomgångsspänning) i serie med resistans $R_t$ där $R_t$ fås t.ex genom att nollställa källorna (nollställd spänningskälla = kortslutning, nollställd strömkälla=avbrott). Vi får då att $R_t$ utgörs av 100 Ω i serie med 100 Ω (200//200=100 Ω), dvs $R_t$=200 Ω. Tomgångsspänningen ges enligt a) av $v_t=v_{ab}$=20 V. Norton ekvivalenten utgörs av strömkälla $i_n=v_t/R_t$=0.1 A parallellt med samma resistans $R_t$=200 Ω.

c) Välj $R_L=R_t$=200 Ω. Effekten blir $P_L=v_L^2/R_L=(v_t/2)^2/R_L$=0.5 W.

d) Välj $i_0$ så att spänningen $v_0$ över $i_0$ blir noll, därmed blir $P_{i0}=v_0 i_0$=0 W. Utgå från Thevenin-ekvivalenten (eller Norton ekvivalenten) med $i_0$ inkopplad mellan a-b enligt figur. KVL ger: $-v_t + R_t i_0 + v_0 = 0$, $v_0$=0 V $\Rightarrow i_0=v_t/R_t$=0.1 A med riktning från a till b. Kan också ses som att $i_0$ är kortslutningsströmmen mellan a-b.

2. Ett företag vill ha hjälp att bygga en liten elmotorcykel. Som drivmotor används en separat magnetiserad likströmsmaskin med följande data:
$\lambda=K\phi=0.18I_f$ Wb, $R_a$=0.10 Ω, $L_a$=1.3 mH, Märkeffekt P=985 W, Märkspänning 48 V, Märkström ankare 21.5 A och märkström fält 2 A.
Fordonet kan ses som ett lastmoment med följande karakteristik $T_L=B\omega_m=0.03\omega_m$ Nm.
   a) Vid ett tillfälle är ankarspänningen 40 V och fältströmmen 2 A. Maskinen arbetar i stationärtillstånd. Beräkna maskinens varvtal, ankarström, mekaniskeffekt samt den elektriska effekten in i ankarkretsen. (3p)
   b) Genom att minska fältströmmen kan man få elmaskinen att rotera snabbare på bekostnad att den inte kan producera lika högt vridmoment. Hur fort kan man få elmaskinen att rotera och vilken fältström skall då användas utan att överskrida en ankarspänning på 48 V och en ankarström på 21.5 A? (4p)

Lösning:
a) Stationärtillstånd ger att

$$T_{dev} = \lambda I_a = T_L = \omega_m B \quad \Rightarrow \quad I_a = \frac{\omega_m B}{\lambda}$$

$$V_T = R_a I_a + \lambda\omega_m = R_a \frac{\omega_m B}{\lambda} + \lambda\omega_m \Rightarrow$$

$$\omega_m = \frac{V_T}{R_a \frac{B}{\lambda} + \lambda} = [\lambda = 0.18 I_f] = \frac{40}{0.1\frac{0.03}{0.18\cdot 2} + 0.18\cdot 2} = 108.6 rad/s = 1037 RPM$$

$$I_a = \frac{\omega_m B}{\lambda} = \frac{0.03\cdot 108.6}{0.18\cdot 2} = 9.05A$$

Den elektriska effekten blir $P_a = V_T I_a = 40\cdot 9.05 = 362W$ och den mekaniska effekten blir

$$P_m = T_{dev}\omega_r = \lambda I_a \omega_r = 0.18\cdot 2\cdot 9.05\cdot 108.6 = 354W$$

b) Maximalt varvtal erhålls då vi har maximal ankarström (för att skapa vridmomentet som lasten kräver) och maximal ankarspänning (för att erhålla en hög motEMK)
Maskinen jobbar i stationärtillstånd vilket ger:

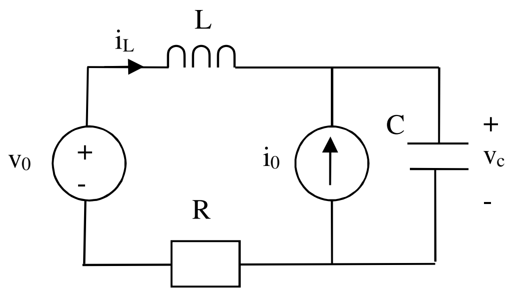
$$T_{dev} = \lambda I_a = T_L = \omega_m B \quad \Rightarrow \quad \omega_m = \frac{\lambda I_a}{B}$$

$$V_T = R_a I_a + \lambda\omega_m = R_a I_a + \lambda\frac{\lambda I_a}{B} \Rightarrow \lambda = \sqrt{\frac{V_T - R_a I_a}{\frac{I_a}{B}}} = \sqrt{\frac{48 - 0.1\cdot 21.5}{\frac{21.5}{0.03}}} = \sqrt{0.0640} = 0.253\,\mathrm{Wb}$$

$$I_f = \frac{\lambda}{0.18} = \frac{0.253}{0.18} = 1.41\,\mathrm{A}$$

$$\omega_m = \frac{\lambda I_a}{B} = \frac{0.253\cdot 21.5}{0.03} = 181.3 rad/s = 1731 RPM$$

3. En växelspänningskälla $v_0$=10cos($\omega$t+30°) V med $\omega$=2000 rad/s och en likströmkälla $i_0$ är inkopplade till en krets enligt figur med R=200 Ω, L=200 mH, och C=2.5 μF. Källorna har varit inkopplade en längre tid så att transienter kan försummas.
   a) Antag att likströmkällan inte avger någon ström, $i_0$=0 A. Beräkna $i_L(t)$ och $v_c(t)$ (i tidplanet). (4p)
   b) Antag att likströmkällan istället är $i_0$=0.5 A. Beräkna $i_L(t)$ och $v_c(t)$ (i tidplanet). (3p) Ledning: Använd superposition!
   c) Antag att strömkällan kopplas bort och att $\omega$ varieras så att strömmen $i_L(t)$ och spänningen $v_0(t)$ får samma fasvinkel. Bestäm $\omega$ och spänningen $v_c(t)$ vid denna vinkelfrekvens. (2p)

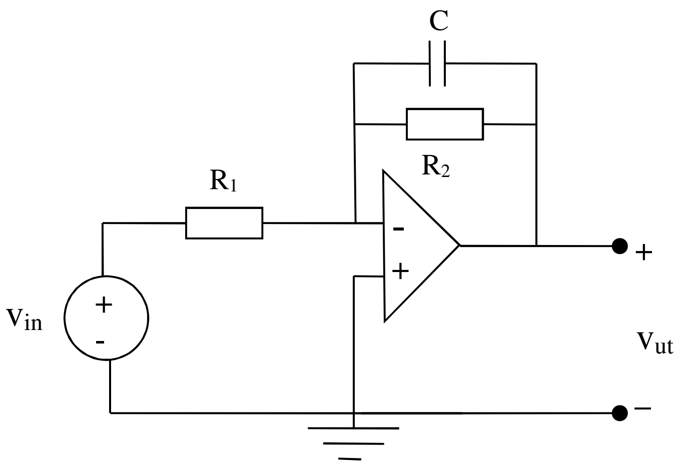


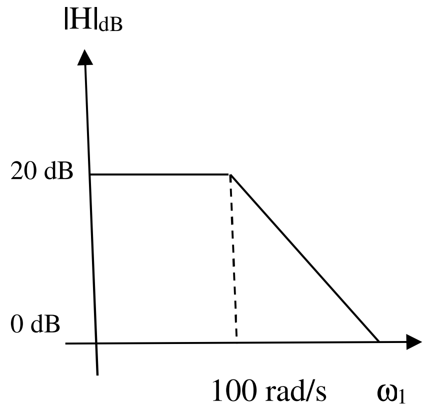

Lösning:
a) Nollställd strömkälla=avbrott. Transformera till frekvensplanet. Komplex spänningskälla $V_0=10e^{j30°}$ V och impedanserna blir $Z_L=j\omega L$= j400 Ω och $Z_C=1/j\omega C$ = -j200 Ω, och därmed är $Z_{in}$=-j200+j400+ 200=200+j200=200(1+j) Ω=$200\cdot 2^{0.5}e^{j45°}$ Ω. Strömmen $I_L=V_0/Z_{in}=10e^{j30°}/(200\cdot 2^{0.5}e^{j45°})$A=$35.3e^{-j15°}$ mA => <u>$i_L(t)$ = 35.3 cos(2000t-15°) mA</u>. Spänningen $V_C$ fås enligt Ohms lag: $V_C=I_L\cdot 1/j\omega C=35.3e^{-j15°}10^{-3}\cdot(-j200)=7.1e^{-j105°}$ V => <u>$v_C(t)$ = 7.1 cos(2000t-105°) V</u>.

b) Löses genom superposition. Bidraget till $i_L$, $v_c$ från växelspänningskällan (med strömkällan nollställd) blir som i uppg a). Bidraget från DC källan fås genom att nollställa spänningskällan. För DC källan är C ett avbrott och L en kortslutning. Då fås $i_{L2}$=-0.5 A och spänningen $v_{c2}$ fås från KVL enligt: $-v_{c2}+v_R=0 \Rightarrow v_{c2}=v_R=0.5\text{A}\cdot 200\Omega=100$ V. Addera AC och DC bidragen: $i_L(t) = 35.3\cos(2000t-15°)$ mA - 0.5A, $v_C(t) = 7.1 \cos(2000t-105°)$ V + 100 V.

c) Resonans då $\omega_0=[1/(LC)]^{1/2}=1414$ rad/s. $Z_{in}=R=200\ \Omega$ vid resonans ($j\omega L-j/\omega C=0$) => $I_L=V_0/Z_{in}=50e^{j30°}$ mA => $i_L(t) = 50 \cos(1414t+30°)$ mA. $V_C=I_L/j\omega_0 C=50e^{j30°}/3.54e^{j90°}=14.1e^{-j60°}$ V => $v_C(t) = 14.1\cos(1414t-60°)$ V.

4. I förstärkarkretsen nedan är kapacitansen C känd, C=20 nF. Förstärkarkretsens asymptotiska. Bodediagram för amplituden av överföringsfunktionen $H(f)=V_{ut}/V_{in}$ visas i diagrammet. Op-förstärkaren kan antas vara ideal.
   a) Bestäm $H(f)=V_{ut}/V_{in}$. Skriv om möjligt H på formen $H=k\cdot jf/f_B/(1+jf/f_B)$ eller $H=k\cdot 1/(1+jf/f_B)$. Uttryckt svaret i $R_1$, $R_2$, och C. (4p)
   b) Bestäm $R_1$, $R_2$, och $\omega_l$ (vinkelfrekvensen där asymptoten för $|H|_{dB}$=0 dB) (3p)



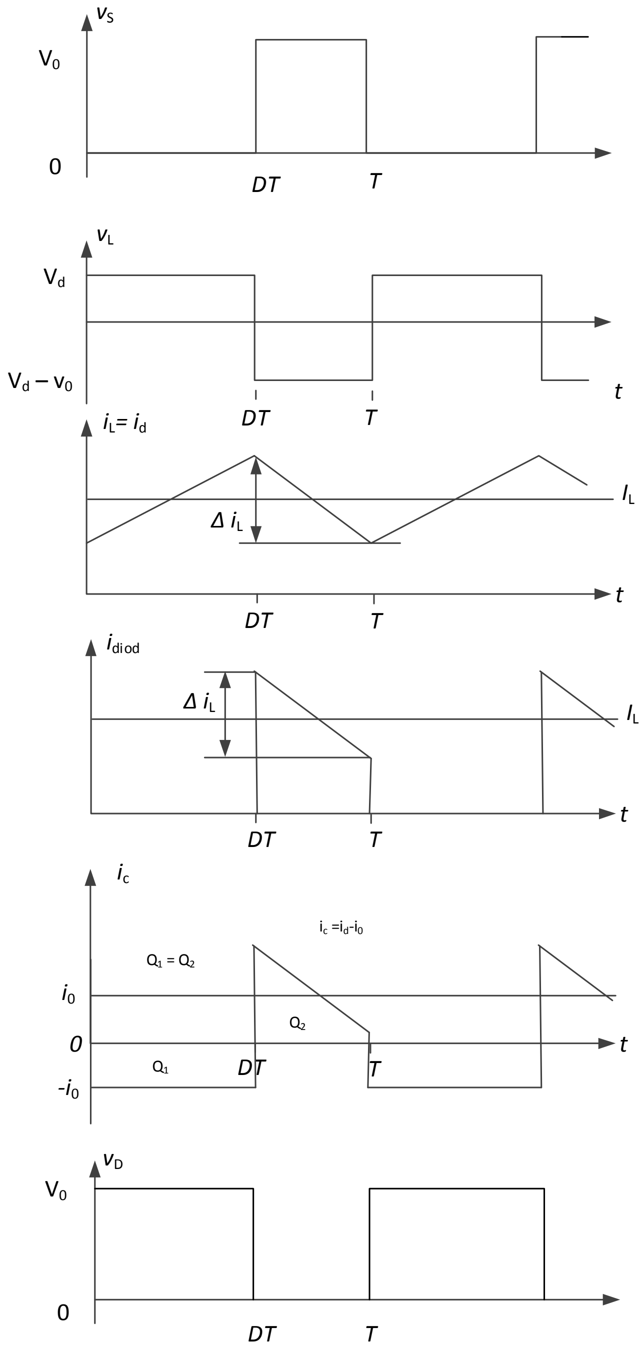

Lösning:
a) Inverterande förstärkarkoppling ger $V_{ut}/V_{in}=-Z_2/R_1$ (fås t.ex genom KVL i 2 slingor och utnyttjande av villkor för inspänning och ström för ideal op: en slinga med $V_{in}$, en med $V_{ut}$, se föreläsningsanteckningar) där impedansen $Z_2$ är parallellkopplingen mellan C och $R_2$: $Z_2=R_2\cdot 1/j\omega C\ /(R_2+1/j\omega C)=R_2/(1+j\omega R_2C)$. Vi får då $H=V_{ut}/V_{in}=-R_2/R_1\ 1/(1+j\omega R_2C) = k\cdot 1/(1+jf/f_B)$ där $k=-R_2/R_1$, $f_B=1/(2\pi R_2C)$.

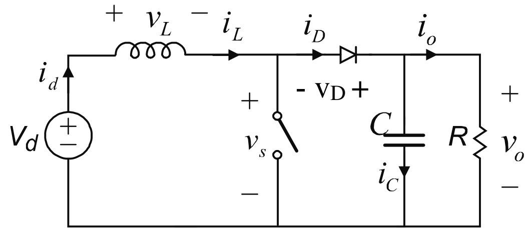
b) Enligt figur är $\omega_B$=100 rad/s och enligt a) är $\omega_B=1/(R_2C)$ => $R_2=1/\omega_B C=500$ kΩ. För f=0 har vi enligt figur $|H(f=0)|=10$ ($|H|_{dB}$=20 dB) och från a) fås $|H(f=0)|=R_2/R_1=10$ => $R_1=R_2/10=50$ kΩ. Asymptoten faller 20 dB/dekad för första ordningens LP filter och därmed är $\omega_l$=1000 rad/s.

5. För att skapa en varierande spänning till en last används en Boostomriktare. Inspänningen är 12 V, induktansen är på 200 µH och switchfrekvensen är vald till 50 kHz.
   a) Skissera strömmarna genom induktansen, dioden och kondensatorn samt spänningarna över switchen, dioden och induktansen för två switch perioder ($T_{sw}$). Markera värden på x- och y-axlar. Rita även schemat för omvandlaren (se formelsamlingen) och sätt ut de strömmar och spänningar som du har ritat (3p)
   b) Härled uttrycket för duty cyclen (D) för omriktaren som en funktion av inspänning och utspänning. (2p)
   c) Vilken är den högsta lastresistans som kan användas för att omvandlaren skall arbeta i CCM vid en utspänning på 24 V? (3p)

Lösning:

a) Boostomriktar kretsen och kurvorna




b) För att förenkla beräkningar antas det att omvandlaren arbetar i steady-state, kontinuerlig drift (CCM), samt att utspänningen är en ren DC-spänning ($v_o = V_o$).

$$V_{L,medel} = \frac{1}{T}\int_0^T v_L dt = \frac{1}{T}\int_0^{DT} V_d dt + \frac{1}{T}\int_{DT}^{T} V_d - V_o dt =$$

$$= \frac{1}{T}\big(V_d DT + (V_d - V_o)(T - DT)\big) = V_d + V_o(1 - D) = 0$$

$$V_o = \frac{1}{(1-D)} V_d \quad \rightarrow \quad D = \frac{V_o - V_d}{V_o}$$

c) Enligt uppgiften skall omvandlaren arbeta i CCM. Det betyder att medelströmmen genom induktansen måste vara större än halva strömripplet, $I_L \geq \frac{\Delta i_L}{2}$.

Antar att omvandlaren är ideal vilket gör att det instoppade effekten är lika med den uttagna.

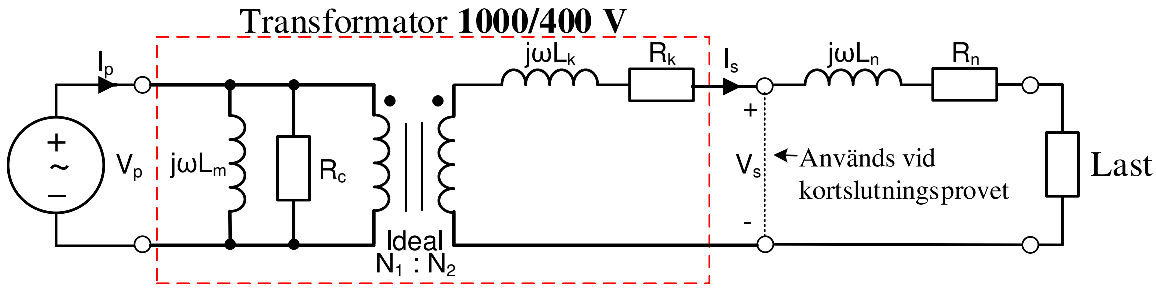
$$P_o = \frac{V_o^2}{R_{last}} = P_d = V_d I_d = [I_d = I_L] \rightarrow I_L = \frac{V_o^2}{R_{last} V_d}$$

Topp-till-topp värdet för ripplet på induktorströmmen kan exempelvis beräknas under tiden $t = 0$ till $DT$ vilket ger följande uttryck:

$$\Delta i_L = \frac{V_d DT}{L} = \frac{V_d D}{Lf}$$

Detta ger att $I_L \geq \frac{\Delta i_L}{2} \Rightarrow \frac{V_o^2}{R_{last}V_d} \geq \frac{V_d D}{2Lf} \Rightarrow R_{last} \leq \frac{V_o^2 2Lf}{V_d^2 D} = \left[D = \frac{V_o - V_d}{V_o} = \frac{24-12}{24} = 0.5\right] = \frac{24^2 \cdot 2 \cdot 200 \cdot 10^{-6} \cdot 50000}{12^2 \cdot 0.5} = 160\ \Omega$

6. En enfas transformator 1000/400 V 50 Hz med förluster ($R_k$, $L_k$, $R_c$ och $L_m$) matar via en luftledning ($R_n$ och $L_n$) en last enligt schemat nedan. Nätfrekvensen är 50 Hz.




a) För att bestämma förlustkomponenterna $R_k$ och $L_k$ görs ett kortslutningsprov, det vill säga sekundärsidan kortsluts och en låg spänning läggs på primärsidan. Effektivvärdet av spänningen på primärsidan uppmäts till 60 V och den aktiva effekten in i transformatorn från spänningskällan uppmäts till 500 W och den reaktiva effekten till 3700 VAr. Beräkna transformatorns parametrar $R_k$ och $L_k$. Parametrarna $R_c$ och $L_m$ kan anses så stora att dom kan försummas vid dessa beräkningar. (3p)

b) Beräkna spänningen över lasten om lastimpedansen är 2.2+j1.3 Ω, $R_n$=15 mΩ, $L_n$=0.3 mH och $V_p$=1000 V (effektivvärde). **Om** a) inte kunde lösas kan $R_k$ = 0.01 Ω och $L_k$ = 0.3 mH användas. (3p)

c) Vilken komponent skall användas för att faskompensera lasten i b), rita schemat för hur den skall kopplas in och beräkna komponentvärdet samt beräkna spänningen över lasten. (3p)

Lösning:

a)
Kortslutningsspänningen överflyttad till primärsidan blir

$$U_{sk} = \frac{U_{sn}}{U_{pn}} U_{pk} = \frac{400}{1000} 60 = 24\ V$$

Strömmen på primärsidan är

$$|S| = \sqrt{P_k^2 + Q_k^2} = I_{sk} U_{sk} \Rightarrow I_{sk} = \frac{\sqrt{P_k^2 + Q_k^2}}{U_{sk}} = \frac{\sqrt{500^2 + 3700^2}}{24} = 155.6\ A$$

De seriekopplade parametrarna kan nu beräknas som

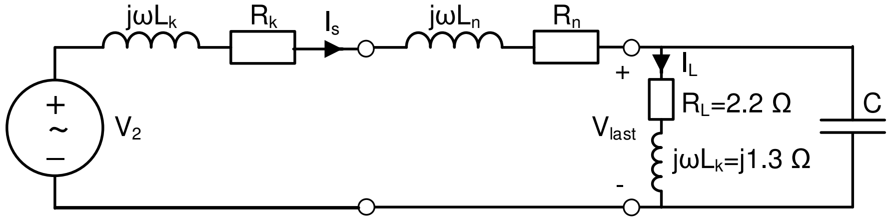
$$P_k = R_k I_{sk}^2 \Rightarrow R_k = \frac{P_k}{I_{sk}^2} = \frac{500}{155.6^2} = 20.7\ m\Omega$$

$$Q_k = X_k I_{sk}^2 = \omega L_k I_{sk}^2 \Rightarrow L_k = \frac{Q_k}{\omega I_{sk}^2} = \frac{3700}{2\pi 50 \cdot 155.6^2} = 0.487\ m\text{H}$$

b) Matningsspänningen överflyttad till sekundärsidan blir 400 V. Spänningen över lasten fås genom spänningsdelning

$$U_{Last} = \frac{Z_{Last}}{Z_k + Z_n + Z_{Last}} U_s$$
$$= \frac{2.2 + j1.3}{0.0207 + j2\pi 50 \cdot 0.487 \cdot 10^{-3} + 0.015 + j2\pi 50 \cdot 0.3 \cdot 10^{-3} + 2.2 + j1.3} 400$$
$$= \frac{2.2 + j1.3}{2.2357 + j1.5785} 400 = \frac{2.56\angle 30.58^\circ}{2.74\angle 35.23^\circ} 400 = 373\angle -4.65^\circ$$

c)
Eftersom lasten har en positiv imaginärdel så är den induktiv. Den skall därför faskompenseras med en kondensator. Faskompensering kopplas in parallellt med lasten. Lastimpedansen som är angiven ger en ekvivalent last resistans seriekopplad med en induktans, ritar kretsen




Den reaktiva effekten som lasten drar skall produceras av kondensatorn, lastens komplexa effekt:

$$S_L = P_L + jQ_L = V_{last}I_L^* = (V_R + V_L)I_L^* = (R_L I_L + j\omega L I_L)I_L^* = R_L|I_L|^2 + j\omega L|I_L|^2$$
$$= \left[I_L = \frac{V_{last}}{R_L + j\omega L}\right] = \frac{R_L|V_{last}|^2}{|R_L + j\omega L|^2} + j\frac{\omega L|V_{last}|^2}{|R_L + j\omega L|^2}$$

Den komplexa effekten från kondensatorn

$$S_C = P_C + jQ_C = V_{last}I_C^* = [I_C = j\omega C V_{last}] = -j\omega C|V_{last}|^2$$
$$0 = Q_L + Q_C = \frac{\omega L|V_{last}|^2}{|R_L + j\omega L|^2} - \omega C|V_{last}|^2 \ \Rightarrow C = \frac{\omega L}{\omega|R_L + j\omega L|^2} = \frac{1.3}{2\pi 50(2.2^2 + 1.3^2)} = 0.63\ mF$$

Den ekvivalenta lastimpedansen blir

$$Z_{ekv} = \frac{Z_{Last}Z_C}{Z_C + Z_{Last}} = \left[Z_C = \frac{1}{j\omega C} = \frac{-j}{2\pi 50 \cdot 0.63 \cdot 10^{-3}} = -j5.02\right] = \frac{-j5.02(2.2 + j1.3)}{2.2 + j1.3 - j5.02}$$
$$= \frac{-j5.02(2.2 + j1.3)}{2.2 - j3.72} = \frac{5.02\angle{-90^\circ} \cdot 2.56\angle 30.58^\circ}{4.32\angle{-59.42^\circ}} = 2.97\angle 0^\circ\ \Omega$$

Spänningen över lasten fås genom spänningsdelning

$$U_{Last} = \frac{Z_{ekv}}{Z_k + Z_n + Z_{ekv}}U_s$$
$$= \frac{2.97\angle 0^\circ}{0.0207 + j2\pi 50 \cdot 0.487 \cdot 10^{-3} + 0.015 + j2\pi 50 \cdot 0.3 \cdot 10^{-3} + 2.97\angle 0^\circ}400$$
$$= \frac{2.97\angle 0^\circ}{3.00 + j0.28}400 = \frac{2.97\angle 0^\circ}{3.02\angle 5.30^\circ}400 = 394\angle{-5.30^\circ}$$

Vilket är en högre spänning än i b).