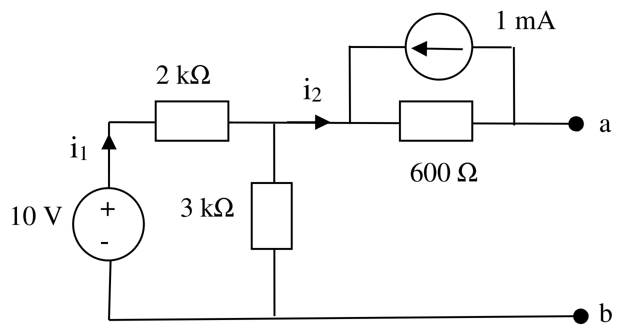
Kortfattade lösningsförslag RRY135, 2016-01-09

1. a) Bestäm strömmarna i_1 och i_2 i likspänningskretsen nedan. (2p)
   b) Beräkna Thevenin-ekvivalenten för tvåpolen a-b. (4p)
   c) En variabel strömkälla i_0 kopplas in mellan a-b. Strömmen i_0 varieras så att effekten som strömkällan i_0 avger blir P_0=0 W. Bestäm i_0 ($i_0 \neq 0$ A) och visa i en skiss hur i_0 är kopplad i kretsen (med riktning). Strömkällan kan antas vara ideal. (2p)



   Lösning: a) Strömmen i_2=0, ty ej sluten krets. Strömmen i_1 fås från KVL tv:
   $-10V+2000i_1+3000i_1=0 \Rightarrow i_1=2$ mA.
   b) Ekvivalent Thevenin utgörs av spänningskälla $v_t=v_{ab}$ i serie med resistans R_t där R_t fås t.ex genom att nollställa källorna (nollställd strömkälla=avbrott, nollställd spänningskälla = kortslutning). Vi får då att R_t utgörs av 600 Ω i serie med 2kΩ//3kΩ=1.2 kΩ, dvs R_t=1.8 kΩ. KVL ger v_{ab} enl: $-10V+2000i_1+1mA \cdot 600\Omega+v_{ab}=0 \Rightarrow v_t=v_{ab}= 5.4$ V.
   c) Utgå från Thevenin-ekvivalenten för att få ett enkelt problem (det är huvudpoängen med att ta fram en Thevenin-ekvivalent, det blir enklare att lösa problem där en komponent eller krets kopplas till a-b). Koppla in en strömkälla mellan a-b med okänd ström i_0 och okänd spänning v_0 över strömkällan. KVL ger villkor på i_0 för att få v_0=0 V och därmed $P_0=v_0 \cdot i_0$=0 W. KVL ger $-5.4V+1800 \cdot i_0+0V=0 \Rightarrow i_0=5.4V/1.8k\Omega=3$ mA med riktning från a till b.

2. En separatmagnetiserad DC-maskin skall användas som en momentkälla i en testutrustning. Likströmsmaskinen är av typen T-T Electric 301-FC och har märkdata (data vid märklast): U_a=440 V, I_a=127 A, U_f=440 V, P=50,8 kW. För att driva likströmsmaskinen används en tyristorlikriktare som kan variera DC-spänningen mellan -400 V och 400 V och den kan hantera en DC-ström mellan -100 A och 100 A.

   a) För att få fram maskinens parametrar görs tre mätningar i stationärdrift. Den första görs med en stillastående maskin och ankarterminalen på maskinen ansluts till en DC-källa på 20 V och ankarströmmen uppmätts till 90.9 A. Den andra görs med en stillastående maskin och ankarterminalen på maskinen ansluts till en AC-källa på 20 V RMS med frekvensen 50 Hz och ankarströmmen uppmätts till 16.5 A RMS. I sista mätningen ansluts ankarterminalen på maskinen till en DC-källa på 440 V och ankarströmmen uppmätts till 3 A, rotationshastigheten är 2580 RPM, fältspänningen är 440 V och fältströmmen uppmättes till 2.2 A. Beräkna maskinens parametrar (R_a, L_a, R_f, $K\phi=\lambda=K_f I_f$) (4p)
   b) För en fältström på 2.2 A, beräkna testutrustningens högsta varvtal vid tomgång och vid maxbelastning samt momentet vid maxbelastning. Kunde uppgift 2a) ej lösas kan följande parametrar användas (för en helt annan maskin): R_a=0.15 Ω, L_a=2.5 mH, R_f=150 Ω, $K\phi=\lambda=K_f I_f$ =2 Wb vid 2.2 A fältström. (2p)
   c) Rita testutrustningens moment-varvtals diagram, dvs. ett diagram med moment på y-axeln och varvtal på x-axeln som visar inom vilket moment-varvtalsområde som testutrustningen kan användas inom. Rita detta för en fältström på 2.2 A. (4p)

Lösning: a)

Test 1 ger ankar resistansen

$$R_a = \frac{V_T}{I_a} = \frac{20}{90.9} = 0.22\,\Omega$$

Test 2 ger den totala ankar impedansen

$$|Z_a| = \frac{V_{T,RMS}}{I_{T,RMS}} = \sqrt{R_a^2 + (\omega L_a)^2} \Rightarrow L_a = \frac{\sqrt{\left(\frac{V_{T,RMS}}{I_{T,RMS}}\right)^2 - R_a^2}}{2\pi f} = \frac{\sqrt{\left(\frac{20}{16.5}\right)^2 - 0.22}}{2\pi 50} = 3.8\,\text{mH}$$

Test 3 ger fältresistansen och det länkade flödet

$$R_f = \frac{V_f}{I_f} = \frac{440}{2.2} = 200\,\Omega$$

$$V_T = R_a I_a + E_a = R_a I_a + \lambda\omega_m \Rightarrow \lambda = \frac{V_T - R_a I_a}{\omega_m} = \frac{440 - 0.22\cdot 3}{2580\frac{\pi}{30}} = 1.63\,\text{Wb}$$

b) och c) Tyristoromriktaren kan bara variera utspänningen i intervallet +/- 400 VDC. Det högsta varvtalet fås vid den högsta DC-spänningen. Antar att momentet som maskinen kräver för att rotera i tomgång är konstant, oberoende av varvtalet:

$$T_{rot} = \lambda I_a = 1.63\cdot 3 = 4.88\,\text{Nm}$$

Vid tomgång, Ia=3 A, på grund av rotationsförlusterna

$$\omega_m = \frac{V_T - R_a I_a}{\lambda} = \frac{400 - 0.22\cdot 3}{1.63} = 245.6\,\text{rad/s} = 2345\text{ RPM}$$

$$T_{out} = T_{dev} - T_{rot} = 0\,\text{Nm}$$

Vid fullbelastning som motor (I_a=100 A) och positiv rotationsriktning (V_T>0)

$$\omega_m = \frac{V_T - R_a I_a}{\lambda} = \frac{400 - 0.22\cdot 100}{1.63} = 232.5\,\text{rad/s} = 2220\text{ RPM}$$

$$T_{out} = T_{dev} - T_{rot} = \lambda I_a - T_{rot} = 1.63\cdot 100 - 4.88 = 157.7\,\text{Nm}$$

Vid fullbelastning som generator (Ia=-100 A) och positiv rotationsriktning (V_T>0)

$$\omega_m = \frac{V_T - R_a I_a}{\lambda} = \frac{400 - -0.22\cdot 100}{1.63} = 259.5\,\text{rad/s} = 2478\text{ RPM}$$

$$T_{out} = T_{dev} - T_{rot} = \lambda I_a - T_{rot} = -1.63\cdot 100 - 4.88 = -167.5\,\text{Nm}$$

För negativ rotationsriktning (V_T<0) fås samma värden fast med omvänt tecken

Vid fullbelastning som motor (I_a=-100 A)

$$\omega_m = \frac{-V_T - -R_a I_a}{\lambda} = \frac{-400 - -0.22\cdot 100}{1.63} = -232.5\,\text{rad/s} = \text{-2220 RPM}$$

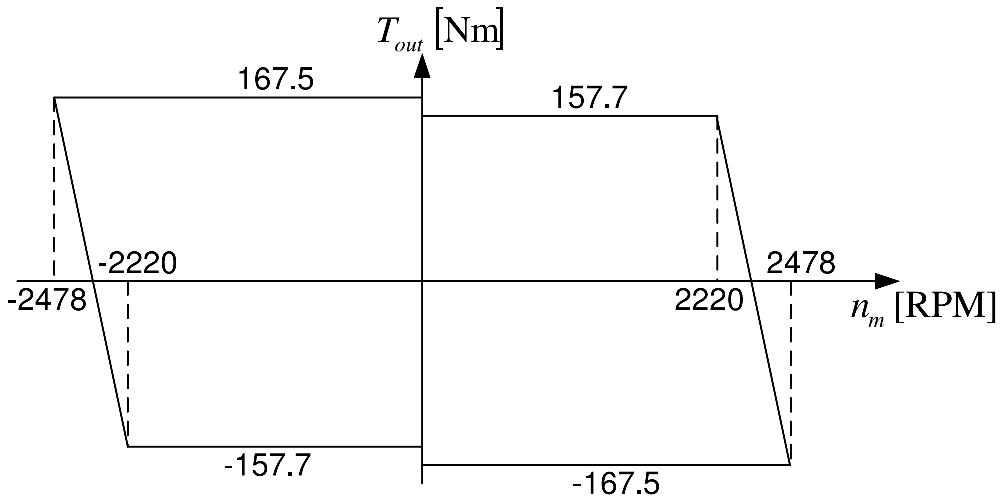
Rotationsmomentet byter tecken när varvtalet byter tecken för att det försöker alltid att bromsa maskinen

$$T_{out} = T_{dev} + T_{rot} = -\lambda I_a + T_{rot} = -1.63\cdot 100 + 4.88 = -157.7\,\text{Nm}$$

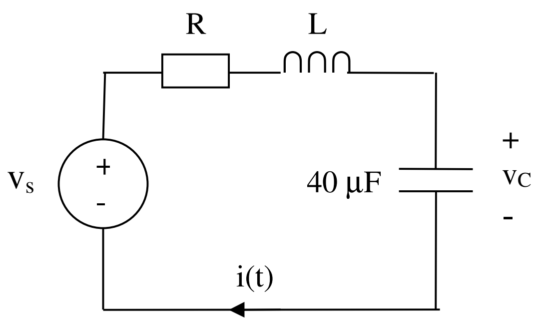
Vid fullbelastning som generator (Ia=100 A)

$$\omega_m = \frac{-V_T - R_a I_a}{\lambda} = \frac{-400 - 0.22\cdot 100}{1.63} = -259.5\,\text{rad/s} = \text{-2478 RPM}$$

$$T_{out} = T_{dev} + T_{rot} = \lambda I_a + T_{rot} = 1.63\cdot 100 + 4.88 = 167.5\,\text{Nm}$$

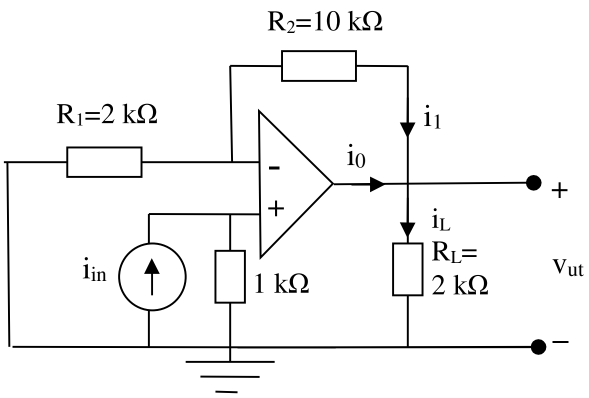


3. En sinusformad växelspänningskälla med $v_S(t)=240\cos(\omega t)$ V där $\omega=2\pi\cdot 50$ rad/s är kopplad till en krets enligt figur nedan. Kapacitansen är given, C=40 µF, medan resistansen R och induktansen L är okända. Strömmen i kretsen är $i(t)=1.5\cos(\omega t-35°)$ A.
   a) Beräkna spänningen $v_C(t)$. (2p)
   b) Bestäm resistansen R och induktansen L. (4p)
   c) Antag att vinkelfrekvensen ω hos spänningskällan v_S varieras. Vid en viss vinkelfrekvens blir amplituden hos strömmen i maximal. Beräkna vinkelfrekvensen, samt strömmen i(t) vid denna vinkelfrekvens. (2p)
   d) Kretsens beroende av frekvens kan åskådliggöras med hjälp av överföringsfunktionen $H(f)=I/V_S$, där I och V_S är den komplexa strömmen och spänningen. Gör en enkel skiss som visar hur beloppet av H varierar med ω i det aktuella fallet. Detaljerade beräkningar behöver ej utföras, det räcker att i ord förklara varför skissen ser ut som den gör. (2p)



Lösning: Transformera till komplexa planet: $V_s=240$ V, $I=1.5e^{-j35°}$ A, $Z_C=-j/\omega C=-j79.6\ \Omega$.
a) $V_C=Z_CI=119.4e^{-j125°}$ V => <u>$v_C(t)=119.4\cos(2\pi\cdot 50t-125°)$ V</u>.
b) $Z_{in}=V_s/I=160e^{j35°}=131.1+j91.8\ \Omega=R+j(\omega L-1/\omega C)$ => <u>R=131.1 Ω, L=0.54 H</u>.
c) Villkoret att strömmen är maximal innebär att serieresonans föreligger =>
<u>$\omega_0=(1/LC)^{0.5}=215.2$ rad/s</u>. För $\omega=\omega_0$ fås att $\omega L-1/\omega C=0$ och kretsen blir rent resistiv, dvs
<u>$i(t)=v_S/R=1.83\cos(\omega_0 t)$ A</u>.
d) Beloppet av H(f) (och därmed beloppet av strömmen) kommer att vara maximal för $\omega=\omega_0$ (resonans). Strömmen blir liten för stora och små värden på ω p.gr av impedanserna $Z_L=j\omega L$ (som blir stor för stora ω) och $Z_C=1/j\omega C$ (som blir stor för små ω). Överföringsfunktionen H(f) representerar ett bandpassfilter.

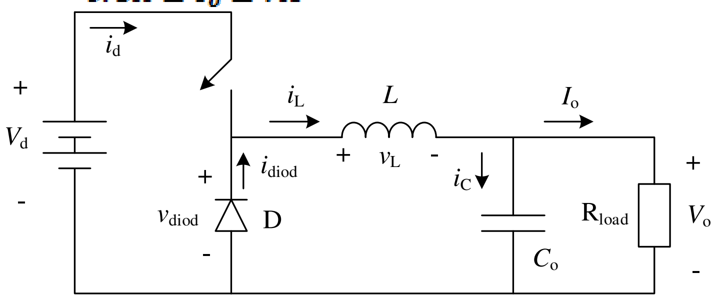
4. En sinusformad strömkälla $i_{in}(t)=0.2\cos(100t)$ mA är kopplad till en operationsförstärkare enligt figur. Operationsförstärkaren kan antas vara ideal.
   a) Beräkna spänningen $v_{ut}(t)$. (4p)
   b) Beräkna strömmarna $i_0(t)$ och $i_1(t)$. (2p)
   c) Hur påverkas v_{ut} av lasten R_L? Diskutera skillnaden mellan den ideala operationsförstärkaren och en verklig operationsförstärkare i detta avseende. (1p)



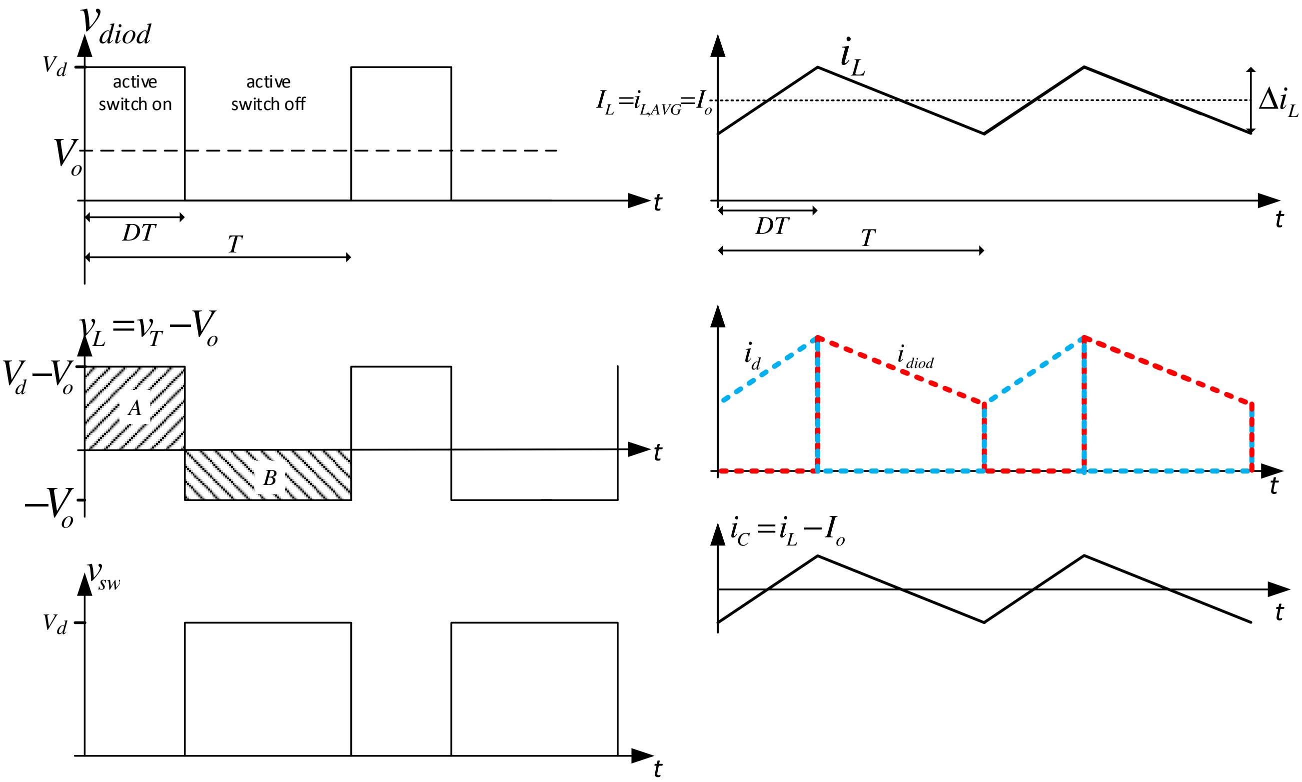
Lösning: a) Ideal op => ingen ström in i op:ns ingångar och spänningen $v_+ - v_- = 0$ V. Spänningen på op-förstärkarens +ingång är $V_+ = I_{in} \cdot 1000\Omega = 0.2$ V. Icke-inverterande koppling. Strömmen i_1 går även genom R_1. KVL i 2 slingor (t.ex $V_{ut} - V_+ + 10000 \cdot I_1 = 0$, $2000 \cdot I_1 + V_+ = 0$) ger $V_{ut} = V_+(1+R_2/R_1) = 1.2$ V, dvs $\underline{v_{ut}(t)=1.2\cos(100t)\text{ V}}$.
b) KVL i slinga enligt a) ger i_1: $2000I_1 + V_+ = 0 \Rightarrow I_1 = -0.1$ mA $\Rightarrow \underline{i_1(t)=-0.1\cos(100t)\text{ mA}}$. Strömmen $I_L = V_{ut}/R_L = 0.6$ mA. KCL ger $I_0 + I_1 = I_L \Rightarrow I_0 = I_L - I_1 = 0.7$ mA $\Rightarrow \underline{i_0(t) = 0.7\cos(100t)\text{ mA}}$.
c) För en ideal op är v_{ut} oberoende av R_L. Det beror på att den ideala op-förstärkarens utresistans är $R_{ut} = 0\ \Omega$ (op:n fungerar då som en ideal spänningskälla). En verklig op har $R_{ut} \neq 0\ \Omega$ vilket gör att v_{ut} minskar då R_L ansluts (då ström dras från op:n).

5. Betrakta nedanstående buck-omriktare.
   a) Skissera strömmarna $i_c(t)$, $i_d(t)$ och $i_{diod}(t)$ samt spänningarna $v_L(t)$, $v_{diod}(t)$ och $v_{sw}(t)$ för två switch perioder (T_{sw}). (3p)
   b) Härled ett utryck för duty cyclen (D) för omriktaren som en funktion av inspänningen (V_d) och utspänningen (V_0). (2p)
   c) Beräkna den lägsta switchfrekvensen för att omriktaren med nedanstående parametrar skall gå i continous conduction mode (CCM). (4p)

$\mathbf{30V \le V_d \le 40V}$ $\quad$ $\mathbf{V_o = 12V}$ $\quad$ $\mathbf{L = 200\mu H}$ $\quad$ $\mathbf{C_o = 330\mu F}$
$\mathbf{0.5A \le I_o \le 7A}$



Lösning:
Antar följande för alla uppgifter: CCM, C mycket stor, stationärtillstånd samt Förlustfri omriktare.
a)



b) Detta görs genom att studera medelspänningen över induktansen. Eftersom omvandlaren arbetar i steady-state måste medelvärdet över en period vara lika med noll.

$$V_L = 0 = \frac{1}{T_s}\int_0^{T_s} v_L(t)dt = \frac{1}{T_s}\int_0^{DT_s} V_d - V_o dt + \frac{1}{T_s}\int_{DT_s}^{T_s} -V_o dt = \frac{1}{T_s}DT_s(V_d - V_o) - \frac{1}{T_s}(T_s - DT_s)V_o \Rightarrow$$

$$0 = DV_d - V_o \Rightarrow V_o = DV_d$$

c) För att omriktaren skall går i CCM så skall $\frac{\Delta i_L}{2} \le I_L = I_o$. Medelvärdet av induktansströmmen är lika med utströmmen för att medelvärdet av kondensator strömmen skall vara noll. Beräkna strömripplet.

$v_L = L\frac{di_L}{dt}$ spänningen över induktansen är konstant under tiden switchen är på, detta ger

$v_L = L\frac{\Delta i_L}{\Delta t} \Rightarrow \Delta i_L = \frac{v_L \Delta t}{L} = \frac{(V_d - V_o)D}{Lf_s}$ detta ger att

$$\frac{\Delta i_L}{2} = \frac{(V_d - V_o)D}{2Lf_s} \le I_L = I_o \Rightarrow f_s \ge \frac{(V_d - V_o)D}{2LI_o} = \left[D = \frac{V_o}{V_d}\right] = \frac{V_o - \frac{V_o^2}{V_d}}{2LI_o}$$

Switchfrekvensen skall alltid vara större än högerledet för alla driftspunkter, därför skall den lägsta switchfrekvensen väljas till

$$f_{s,\min} = \max\left[\frac{V_o - \frac{V_o^2}{V_d}}{2LI_o}\right] = \frac{12 - \frac{12^2}{40}}{2 \cdot 200 \cdot 10^{-6} \cdot 0.5} = 42 \text{ kHz}$$

Denna frekvens fås för den lägsta utströmmen och den högsta inspänningen.

6. En Y-kopplad asynkronmaskin matas med märkspänning 400 V (RMS huvudspänning) och 50 Hz. Maskinen har följande parametrar: R_s=0.2 Ω, X_s=0.7 Ω, R'_r=0.4 Ω, X'_r=0.7 Ω och X_m=12 Ω. Maskinens varvtal vid märkdrift är 1455.1 RPM.
a) Hur många poler har asynkronmaskinen? (1p)
b) Beräkna maskinens axeleffekt, utvecklat axelmoment, rotorström, statorström, statoreffekt samt effektfaktor vid märkdrift. (5p)

Lösning:
a) Maskinen måste ha 4 poler eftersom märkvarvtalet är strax under 1500 RMP, som är det synkrona varvtalet som maskinen har med 4 poler och 50 Hz.
b) Eftersläpningen vid märkdrift fås till

$$s = \frac{n_s - n_m}{n_s} = \frac{1500 - 1455.1}{1500} = 2.99\%$$

Den ekvivalenta impedansen av magnetiserings induktansen parallellt med den totala rotor impedansen

$$\vec{Z}_{\text{tot}} = \frac{jX_{\text{m}}\left(R'_{\text{r}}/s + jX'_{\text{r}}\right)}{jX_{\text{m}} + R'_{\text{r}}/s + jX'_{\text{r}}} = \frac{j12(0.4/0.0299 + j0.7)}{j12 + 0.4/0.0299 + j0.7} = \frac{-8.4 + j160.4}{13.36 + j12.7} = 5.66 + j6.62\ \Omega$$

$$\vec{I}_{\text{s}} = \frac{\vec{V}_{\text{s}}}{R_{\text{s}} + jX_{\text{s}} + \vec{Z}_{\text{tot}}} = \frac{400/\sqrt{3}}{0.2 + j0.7 + 5.66 + j6.62} = \frac{400/\sqrt{3}}{5.86 + j7.32} = \frac{400/\sqrt{3}}{9.378\angle 51.3^\circ} = 24.63\angle -51.3^\circ\ A$$

Effektfaktor

$$\cos\phi = \cos(\theta_v - \theta_i) = \cos\left(0^\circ + 51.3^\circ\right) = 0.625$$

Statoreffekten

$$P_{\text{s}} = 3\left|\vec{V}_s\right|\left|\vec{I}_s^*\right|\cos\phi = 3\frac{400}{\sqrt{3}} \cdot 30.2 \cdot 0.625 = 10.7\,\text{kW}$$

Rotorströmmen fås genom strömdelning

$$\vec{I}'_{\text{r}} = \frac{jX_{\text{m}}}{jX_{\text{m}} + R'_{\text{r}}/s + jX'_{\text{r}}}\vec{I}_{\text{s}} = \frac{j12 \cdot 24.63\angle -51.3^\circ}{j12 + 0.4/0.0299 + j0.7} = \frac{12\angle 90^\circ \cdot 24.63\angle -51.3^\circ}{18.44\angle 43.5^\circ} = 16.03\angle -4.85^\circ\ A$$

Axeleffekten

$$P_{\text{dev}} = 3R'_{\text{r}}\left|\vec{I}'_{\text{r}}\right|^2 \frac{1-s}{s} = 3 \cdot 0.4 \cdot 16.03^2 \frac{1 - 0.0299}{0.0299} = 10.0\,\text{kW}$$

Axelmomentet

$$T_{\text{dev}} = \frac{P_{\text{dev}}}{\omega_r} = \frac{10.0 \cdot 10^3}{1455.1\frac{\pi}{30}} = 65.6\,\text{Nm}$$