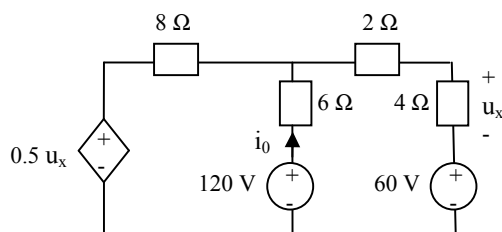


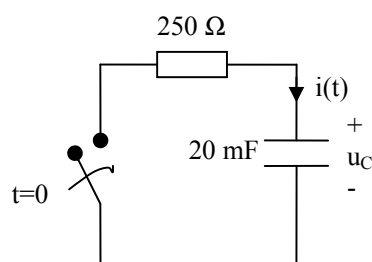
Korta lösningsförslag: Tentamen i Elektriska kretsar för Z1 13/1-2010.

- Använd maskanalys eller nodanalys för att ta fram ett system av ekvationer för likströmskretsen nedan (ställ upp ekvationer för maskströmmar eller nodpotentialer). Spänningen u_x får ej ingå i ekvationerna. Ekvationerna behöver ej lösas. (5p)
 - Bestäm strömmen i_0 ! (5p)



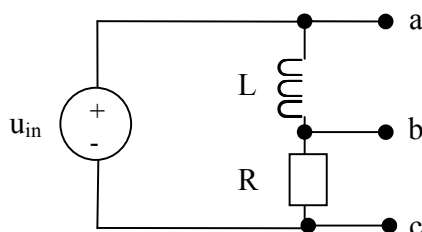
Lösning: 1a) Ansätt t.ex cirkulerande strömmar i_1, i_2 medurs i maskorna. KVL i maska 1: $-0.5u_x + 8i_1 + 6(i_1 - i_2) + 120 = 0$. KVL i maska 2: $2i_2 + 4i_2 + 60 - 120 + 6(i_2 - i_1) = 0$. Beroende spänning u_x uttrycks i maskströmmen enl $u_x = 4i_2$. Detta ger ekvationer (1): $14i_1 - 8i_2 = -120$; (2): $-6i_1 + 12i_2 = 60$. 1b) Strömmen i_0 fås från maskströmmarna enl $i_0 = (i_2 - i_1)$. Ekvationerna ovan ger $i_1 = -8$ A, $i_2 = 1$ A $\Rightarrow i_0 = 9$ A.

- Kondensatorn i figuren är uppladdad till spänningen 20 V vid $t=0$, då brytaren sluts. Beräkna strömmen $i(t)$ för $t \geq 0$! (5p)
 - Efter hur lång tid har kondensatorspänningen sjunkit till 10 V? (5p)



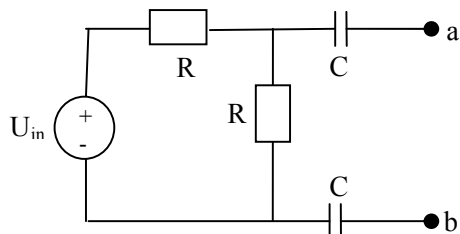
Lösning: 2a) KVL ger diff-ekv $du_C/dt + u_C/RC = 0$ med lösning $u_C(t) = ke^{-t/RC}$ V. Begynnelsevillkor: $u_C(0^-) = 20$ V $\Rightarrow k = 20 \Rightarrow u_C(t) = 20e^{-t/RC}$ V, där tidskonstanten $RC = 5$ s. Strömmen i fås enligt $i(t) = C du_C/dt = -80e^{-t/5}$ mA (alt $i(t) = -u_C(t)/R$). 2b) $u_C(t_1) = 20e^{-t_1/5} = 10$ V $\Rightarrow -t_1/5 = \ln 0.5 \Rightarrow t_1 = 3.5$ s.

- Du har tillgång till ett nät (se nästa sida) med $u_{in} = u_0 \cos(\omega t)$ V, $R = 1$ k Ω , $L = 0.1$ H och skall ur det ta fram en utsignal (utspänning). Vilka noder skall du koppla in dig på (a-b, a-c, eller b-c) om du
 - vill att utsignalen skall ha samma fas som insignalen? Vad blir motsvarande överföringsfunktion $H(j\omega)$? (3p)
 - vill filtrera bort höga frekvenser? Vad blir motsvarande överföringsfunktion $H(j\omega)$? Skissa ett approximativt Bode-diagram för beloppet $|H(j\omega)|$. (7p)



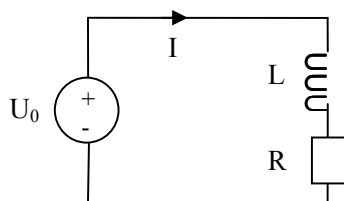
Lösning: 3a) Välj tvåpolen a-c som ger $U_{ut}=U_{in}$, dvs $H(j\omega)=U_{ut}/U_{in}=1$. 3b) Välj tvåpolen b-c som ger $U_{ut}=U_{in}\cdot R/(R+j\omega L) \Rightarrow H(j\omega)=1/(1+j\omega L/R)=1/(1+j\omega/\omega_c)$, där brytvinkelfrekvensen $\omega_c=R/L=10$ krads/s. Bode-diagram för LP filter – se kompendium s 21.

4. Den komplexa spänningen U_{in} , vinkelfrekvensen ω samt R och C är kända i nätet nedan.
- Bestäm Theveninekvivalenten till tvåpolen a-b!
 - Bestäm den last Z_L (välj kretselement och rita in i figuren) som vid inkoppling till tvåpolen a-b ger maximal aktiv effekt i lasten! Uttryck svaret i R , C och ω .



Lösning: 4a) Theveninekvivalent för tvåpolen a-b utgörs av U_t i serie med Z_0 där $U_t=U_{ab}=U_{in}/2$ (spänningsdelning) och Z_0 fås genom att nollställa spänningskällan (=kortslutning), $Z_0 = 1/j\omega C + R \cdot R/(R+R) + 1/j\omega C = R/2 - 2j/\omega C$. 4b) Välj $Z_L=Z_0^*$ (anpassning), dvs $Z_L=R/2+2j/\omega C=R_L+j\omega L_L$, dvs koppla in resistans R_L i serie med induktans L_L mellan a-b där $R_L=R/2$ och $L_L=2/\omega^2 C$.

5. Ett lysrör kopplas till nätet ($U_0=230$ V (effektivvärde), $f=50$ Hz) enligt figur. Ett lysrör kan ses som en resistor R med en seriekopplad induktans L . Lysröret drar aktiva effekten $P=50$ W och strömmen $|I| = 0.5$ A (effektivvärde).
- Beräkna lysrörets effektfaktor! (4p)
 - Hur stor kapacitans C skall kopplas parallellt med lysröret för att erhålla perfekt faskompensering (effektfaktor=1)? (6p)



Lösning: 5a) Lysrörets aktiva effekt kan skrivas $P=|U_0| |I| \cos\phi$ där $\cos\phi$ är effektfaktorn. Detta ger $\cos\phi=50/(230\cdot 0.5)=0.435$. 5b) Den reaktiva effekten blir $Q=|U_0| |I| \sin\phi = 230\cdot 0.5\cdot 0.9=103.5$ Var. Den komplexa effekt som konsumeras av lysröret ges av $S = P + jQ = 50 + j103.5$ VA. En parallellkopplad kapacitans skall väljas så att totala reaktiva effekten blir noll, dvs så att $Q+Q_C=0$ där Q_C är kapacitansens reaktiva effekt, $Q_C=-\omega C|U_0|^2 = -Q \Rightarrow C=Q/(\omega|U_0|^2) = 6.2 \mu F$.