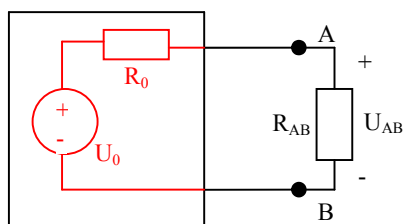


Korta lösningsförslag till Tentamen i Elektriska kretsar för Z1, 28/8-2007.

1. Till en okänd tvåpol A-B kopplas en last R_{AB} varefter spänningen U_{AB} (likspänning) uppmäts. Resultaten av två mätningar visas i tabellen. a) Bestäm den ekvivalenta Thévenin-kretsen till tvåpolen A-B. (6p) b) Nämn en skillnad mellan en verklig och en ideal spänningskälla och skissa deras U-I karaktäristik. (2p) c) Vad menas med en tvåpols tomgångsspänning resp kortslutningsström? (2p)

Lösning: a) Ersätt tvåpolen med en ekvivalent Thévenin där U_0 , R_0 söks. Spänningsdelning ger $U_{AB} = U_0 * R_{AB} / (R_{AB} + R_0) \Rightarrow U_0 = U_{AB} * (R_{AB} + R_0) / R_{AB}$. Givna värden ger 2 ekvationer för U_0 , $R_0 \Rightarrow U_0 = 9V$, $R_0 = 1 k\Omega$. b) Verklig spänningskälla har inre resistans, U-I karakteristik – se kursbok s 18-19, föreläsninganteckningar 3. c) Tomgångsspänning: U_{AB} med $R_{AB} \rightarrow \infty$ (avbrott), kortslutningsström: I_{AB} med $R_{AB} = 0$.

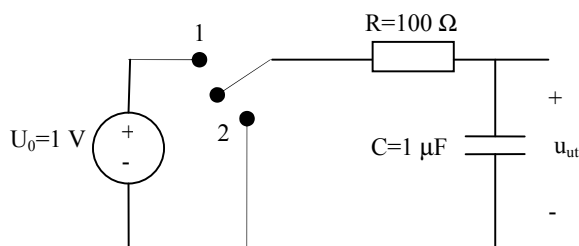


R_{AB}	U_{AB}
$2 k\Omega$	6 V
$8 k\Omega$	8 V

2. Två kretsar (t.ex en dator och en printer) är förbundna via en kabel som har resistansen $R = 100 \Omega$ och kapacitansen $C = 1 \mu F$ enligt modellen nedan. Likspänningskällan är $U_0 = 1 V$ och brytaren är i läge 1 för $0 \leq t \leq 1 ms$ och i läge 2 för $t > 1 ms$ (modellerar att logisk etta skickas för $0 \leq t \leq 1 ms$).

a) Beräkna och skissa $u_{ut}(t)$ för $0 \leq t \leq 1 ms$ (brytaren i läge 1). Antag att C är oladdat för $t < 0$. (4p) b) Beräkna och skissa $u_{ut}(t)$ för $t > 1 ms$ (brytaren i läge 2). (4p) c) Varför är det önskvärt med ett så litet värde som möjligt på kabelns kapacitans i denna tillämpning? (2p)

Lösning: a) I läge 1 ger KVL diff-ekv $du_{ut}/dt + u_{ut}/RC = 1/RC$. Homogen+partikulärlösning ger $u_{ut}(t) = 1 + ke^{-t/RC}$ V. Begynnelsevillkor: $u_{ut}(0^-) = 0 \Rightarrow k = -1 \Rightarrow u_{ut}(t) = (1 - e^{-t/RC})$ V. Tidskonstanten $RC = 0.1 ms$, vid $t = 1 ms$ är därför $u_{ut}(t) = 1 - e^{-1/0.1} \approx 1 V$. b) I läge 2 ger KVL diff-ekv $du_{ut}/dt + u_{ut}/RC = 0$ med homogenlösning $u_{ut}(t) = k_2 e^{-t/RC}$ V. Begynnelsevärde $u_{ut}(1 ms) \approx 1 V \Rightarrow k_2 = 1 \Rightarrow u_{ut}(t) = e^{-t/RC}$ V. c) Stort C ger stor tidskonstant \Rightarrow stor fördröjning av puls, leder till att mottagaren inte hinner registrera logisk etta innan omslag till läge 2.



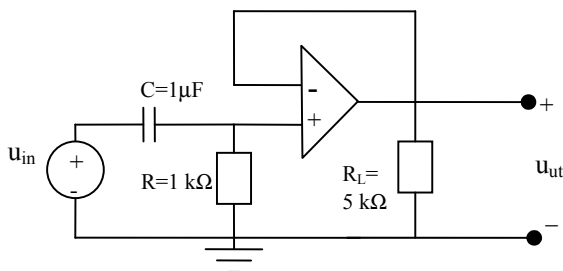
kabel

3. En sinusformad spänningskälla med variabel frekvens kopplas till ett RC filter enligt figur. Filtret belastas med en resistans R_L via en Op-förstärkare. a) Beräkna överföringsfunktionen $H(j\omega) = U_{ut}/U_{in}$. (5p) b) Beräkna $u_{ut}(t)$ om $u_{in}(t) = 0.5 \cos(2000t + 45^\circ)$ V. (3p) c) Vad är Op-förstärkarens funktion i kretsen? (2p) Operationsförstärkaren kan antas vara ideal.

Lösning: a) Spänningen vid op förstärkarens + ingång ges av spänningsdelning:

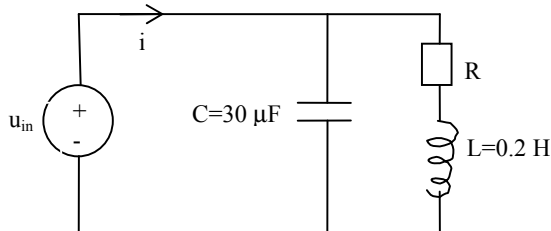
$U_+ = U_{in} * R / (R + 1/j\omega C) = U_{in} * j\omega RC / (1 + j\omega RC) = U_{in} * j\omega / \omega_c / (1 + j\omega / \omega_c)$ där $\omega_c = 1/RC = 10^3 rad/s$.

Op-kopplingen är en spänningsföljare (förstärkning=1) $\Rightarrow U_{ut}=U_+ \Rightarrow H(j\omega)=U_{ut}/U_{in} = j\omega/\omega_c/(1+j\omega/\omega_c)$. b) $U_{in}=0.5e^{j45^\circ}$ V, med $\omega=2000$ rad/s. $U_{ut}=U_{in} * j2000/1000/(1+j2000/1000) = 0.5e^{j45^\circ} * j2/(1+j2) \approx 0.45 e^{j71.6^\circ}$ V, $u_{ut}(t)=Re\{U_{ut}e^{j2000t}\} = 0.45\cos(2000t+71.6^\circ)$ V. c) OP kopplingen gör att filtret ej belastas av R_L ($i_+=0$), därmed blir u_{ut} oberoende av filtrets belastning (ober av R_L).

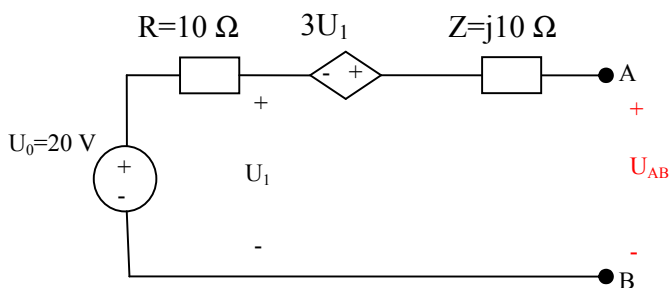


4. En sinusformad spänningskälla kopplas till en LC krets där spolens icke-ideala egenskaper kan modelleras med resistansen R. a) Beräkna kretsens resonansfrekvens ω_0 för $R=50 \Omega$. (6p) b) Beräkna strömmen $i(t)$ vid resonans, med $u_{in}(t)=0.2 \cos(\omega_0 t+45^\circ)$ V. (4p)

Lösning: Teckna $Y_{in}=1/Z_{in}$ och sätt $Im\{Y_{in}\}=0$ vid resonans. $Y_{in}=j\omega C+1/(R+j\omega L)=j\omega C+(R-j\omega L)/(R^2+\omega^2 L^2)$. $Im\{Y_{in}\}=0 \Rightarrow \omega_0=(1/LC-R^2/L^2)^{0.5}=322.7$ rad/s b) Vid resonans är $Y_{in}=R/(R^2+\omega_0^2 L^2)=7.5$ mS $\Rightarrow Z_{in}=133.3 \Omega$. $I=U_{in}/Z_{in}=0.2e^{j45^\circ}/133.3=1.5e^{j45^\circ}$ mA, $i(t)=1.5\cos(\omega_0 t+45^\circ)$ mA.



5a) Bestäm den last Z_L (välj kretselement och komponentvärden) som vid inkoppling till tvåpolen A-B ger maximal aktiv effekt i lasten. (6p) b) Beräkna den komplexa effekt som den oberoende källan ($U_0=20e^{j0^\circ}$ V) avger med detta val av last och förklara resultatet! (4p)



Lösning: a) Finn först en Thévenin ekvivalent till A-B. Tomgångsspänning: KVL ger $U_{AB} = U_0+3U_1=4U_0=80$ V. Kortslutningsström I_k : KVL ger $-20+10I_k-3U_1+j10I_k=0$, $-20+10I_k+U_1=0 \Rightarrow I_k=80/(40+j10)$ A. $Z_0=U_0/I_k=40+j10 \Omega$. Välj $Z_L=Z_0^*=40-j10 \Omega$, dvs välj $R_L=40 \Omega$ i serie med kapacitans med $1/\omega C=10 \Omega$. b) Beräkna strömmen genom spänningskällan för $Z_L=40-j10 \Omega \Rightarrow I=1$ A (efter lite räkningar), Komplexa effekten som 20V avger $S=P+jQ=0.5UI^*=10$ VA är reell, dvs ingen pendlande effekt mellan källa och last. Beror på anpassningen $Z_L=Z_0^*$ som gör att källan ser en rent resistiv last.