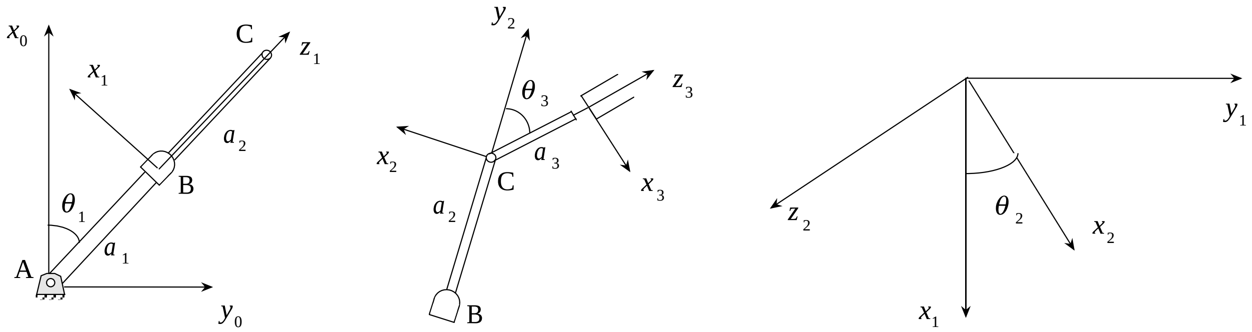
5a. Inför koordinatsystemen B$x_1y_1z_1$ och C$x_2y_2z_2$, t ex enligt nedan.



Koordinattransformationerna ges av följande **A**-matriser:

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} S_1 & 0 & C_1 & a_1C_1 \\ -C_1 & 0 & S_1 & a_1S_1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} C_2 & 0 & S_2 & 0 \\ S_2 & 0 & -C_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & a_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix} -C_3 & 0 & -S_3 & -a_3S_3 \\ -S_3 & 0 & C_3 & a_3C_3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

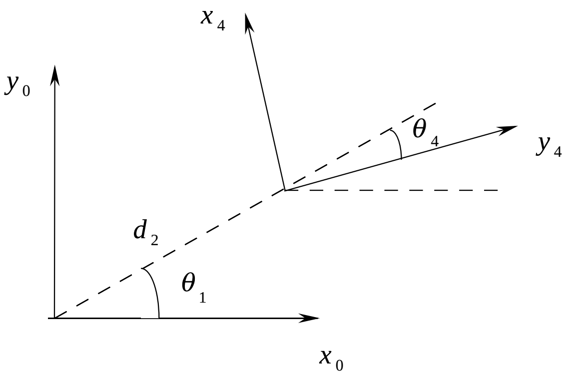
Homogena transformationsmatrisen

$$^0\mathbf{T}_3 = \mathbf{A}_1\mathbf{A}_2\mathbf{A}_3 = \ldots = \begin{bmatrix} -S_1C_2C_3 - C_1S_3 & S_1S_2 & -S_1C_2S_3 + C_1C_3 & p_x \\ C_1C_2C_3 - S_1S_3 & -C_1S_2 & C_1C_2S_3 + S_1C_3 & p_y \\ S_2C_3 & C_2 & S_2S_3 & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{där} \quad \begin{cases} p_x = -a_3S_1C_2S_3 + a_3C_1C_3 + (a_1 + a_2)C_1 \\ p_y = a_3C_1C_2S_3 + a_3S_1C_3 + (a_1 + a_2)S_1 \\ p_z = a_3S_2S_3 \end{cases}$$

5b. Redundans innebär att mer än en uppsättning länkvariabler kan ge samma läge för verktyget. I det aktuella exemplet kan detta inträffa om man adderar 180° till θ_2 samtidigt som man byter tecken på θ_3.

6a.



Verktygets koordinater är

$$p_x = d_2 \cos\theta_1$$
$$p_y = d_2 \sin\theta_1$$
$$p_z = a_1 - d_3$$

Verktygets vinkelhastighet är

$$\dot{\theta}_1 \mathbf{e}_{z_0} + \dot{\theta}_4 \mathbf{e}_{z_4} = (\,\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_4)\,\mathbf{e}_{z_0}$$

Jacobimatrisens element fås enligt följande:

$$J_{11} = \frac{\partial p_x}{\partial \theta_1} = -d_2 S_1 \qquad J_{12} = \frac{\partial p_x}{\partial d_2} = C_1 \qquad J_{13} = \frac{\partial p_x}{\partial d_3} = 0 \qquad J_{14} = \frac{\partial p_x}{\partial \theta_4} = 0$$
$$J_{21} = \frac{\partial p_y}{\partial \theta_1} = d_2 C_1 \qquad J_{22} = \frac{\partial p_y}{\partial d_2} = S_1 \qquad J_{23} = \frac{\partial p_y}{\partial d_3} = 0 \qquad J_{24} = \frac{\partial p_y}{\partial \theta_4} = 0$$
$$J_{31} = \frac{\partial p_z}{\partial \theta_1} = 0 \qquad J_{32} = \frac{\partial p_z}{\partial d_2} = 0 \qquad J_{33} = \frac{\partial p_z}{\partial d_3} = -1 \qquad J_{34} = \frac{\partial p_z}{\partial \theta_4} = 0$$

Eftersom $\omega_x = \omega_y = 0$, så är $J_{4i} = J_{5i} = 0$

$$J_{61} = \frac{\partial \omega_z}{\partial \dot{\theta}_1} = 1 \qquad J_{62} = \frac{\partial \omega_z}{\partial \dot{d}_2} = 0 \qquad J_{63} = \frac{\partial \omega_z}{\partial \dot{d}_3} = 0 \qquad J_{64} = \frac{\partial \omega_z}{\partial \dot{\theta}_4} = -1$$

6b. Sambandet mellan å ena sidan hastighets- och vinkelhastighetskomponenterna och å andra sidan länkvariablernas tidsderivator ges av

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \mathbf{J} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{d}_2 \\ \dot{d}_3 \\ \dot{\theta}_4 \end{bmatrix}$$

Genom att stryka fjärde och femte raderna i vänsterledets kolonnvektor och i Jacobimatrisen fås en ny 4×4-matris **J** som kan inverteras. Resultatet blir

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{d}_2 \\ \dot{d}_3 \\ \dot{\theta}_4 \end{bmatrix} = \mathbf{J}^{-1} \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \\ \omega_z \end{bmatrix}$$