Reglerteknik D3

(Kurs nr ERE 100)

Tentamen 021214

Tid: 14:15-18:15, Lokal: M-huset

Lärare: Stefan Pettersson, tel 5146

Tentamen omfattar 25 poäng, där betyg tre fordrar 10 poäng, betyg fyra 15 poäng och betyg fem 20 poäng.

Tentamenresultat anslås senast den *9 januari* på avdelningens anslagstavla samt på kursens hemsida.

Granskning av rättning sker den *9 och 10 januari* kl 12:00-12:30 på avdelningen.

Tillåtna hjälpmedel:

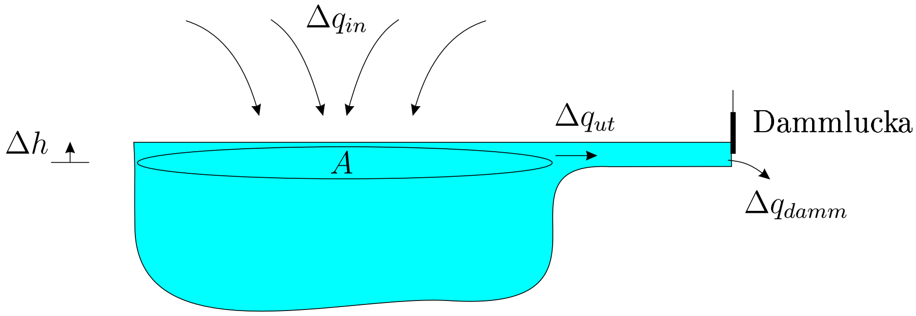
- Formelsamling i reglerteknik (gammal och ny)
- Bode diagram
- Matematiska och fysikaliska tabeller, t ex Beta och Physics handbook
- Valfri kalkylator med rensat minne (dock ej lösa anteckningar). Ej handdator.

Lycka till!

Avdelningen för reglerteknik och automation
Institutionen för signaler och system
Chalmers tekniska högskola

1

Nivån Δh i en sjö med area A regleras genom att styra utflödet med hjälp av en dammlucka, se figur.



Inflödet till sjön är Δq_{in} och utflödet från sjön är Δq_{ut}. Eftersom det tar tid innan en ändring i Δq_{damm} ger utslag i Δq_{ut} har vi

$$\Delta q_{ut}(t) = \Delta q_{damm}(t - T)$$

där $T = 0.5$ timmar. För att försöka hålla nivån i sjön konstant regleras flödet Δq_{damm} så att

$$\Delta q_{damm} = K\Delta h$$

a) Rita ett blockschema som beskriver det reglerade systemet, där samtliga block tydligt anges.

(2p)

b) Bestäm överföringsfunktionen

$$\frac{\Delta h(s)}{\Delta q_{in}(s)}$$

för det reglerade systemet.

(1p)

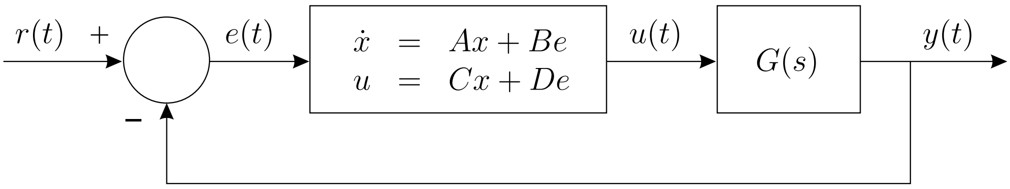
c) Hur stor kan kvoten K/A högst bli innan systemet blir instabilt?

(2p)

2

Betrakta figuren nedan, där regulatorn är angiven på tillståndsform, där $A = 0$, $B = K/T$, $C = 1$ och $D = K$, och

$$G(s) = \frac{1}{s-1}$$



a) Vad beskriver tillståndsformen för typ av regulator?

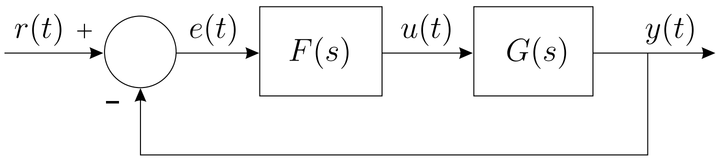
(1p)

b) Hur beror $u(0)$ på regulatorparametrarna, då $r(t)$ är ett enhetssteg.

(2p)

3

Betrakta följande återkopplade system, där $F(s) = K$ och $G(s) = e^{-sT_d}$.



a) För vilka värden på K är systemet stabilt?

(1p)

b) Antag att dödtidsfaktorn beskrivs med en första ordningens Padéapproximation

$$\frac{1 - s\frac{T_d}{2}}{1 + s\frac{T_d}{2}}$$

För vilka värden på K är systemet stabilt?

(2p)

c) Bestäm K så att ett stabilt återkopplat system erhålls med följande stabilitetsmarginal

$$M_S = \frac{1}{\min\limits_{\omega} |1 + L(j\omega)|} = 1.5$$

(2p)

4

Ett kontinuerligt system $G(s)$ samplas med samplingsintervallet h vilket resulterar i den tidsdiskreta processdynamiken

$$G_d(z) = \frac{1}{z-2}$$

a) Avgör om $G_d(z)$ är stabil eller ej.

(1p)

b) Processen $G_d(z)$ återkopplas med en P-regulator med förstärkning K. Avgör med Nyquistkriteriet vilka värden på K som resulterar i ett stabilt återkopplat systemet.

(3p)

c) Om $h = 0.2$, var ligger då polen till $G(s)$?

(1p)

5

Betrakta en process vars dynamik ges av överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{2}{(s+1)^3}$$

a) Rita Bodediagrammet för $G(s)$, där asymptoterna för $|G(j\omega)|$ tydligt framgår.

(2p)

b) Ange i vilket frekvensintervall som ω_c kan väljas, för att uppfylla fasmarginalen $\varphi_m = 45°$, vid PID-design med en regulatorstruktur

$$F_{PID}(s) = K_i \frac{1 + 2\zeta s\tau + (s\tau)^2}{s(1 + s\tau/\beta)}$$

där $\beta > 1$.

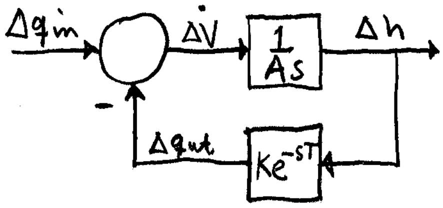
(2p)

c) Bestäm τ, β och K_i så att K_i maximeras, då $K_\infty = \lim_{s\to\infty} F_{PID}(s) = 10$, i fallet då $\zeta = 1$.
Ledning: Detta löses lämpligen genom att beräkna τ, β och K_i för några olika ω_c och välja det värde som maximerar K_i.

(3p)

LÖSNINGAR TENTAMEN REGLERTEKNIK D3 021214

1) a) $\frac{d}{dt}\underbrace{\Delta V}_{A\Delta h} = \Delta q_{in} - \Delta q_{ut}$ $\qquad \Delta q_{ut} = \Delta q_{damm}(t-T) = K\Delta h(t-T)$



b) $$\frac{\Delta h(s)}{\Delta q_{in}(s)} = \frac{\frac{1}{As}}{1+\frac{1}{As}Ke^{-sT}} = \frac{1}{As+Ke^{-sT}}$$

c) $$L(s) = \frac{K}{As}e^{-sT}, \quad |L(j\omega_c)| = \frac{K}{A\omega_c} = 1 \Rightarrow \omega_c = K/A$$

$$\varphi_m = 180 + \angle L(j\omega_c) = 180^\circ - 90^\circ - \omega_c T\cdot\frac{180}{\pi} = 90 - \frac{KT}{A}\cdot\frac{180}{\pi} \overset{\text{stab.}}{>} 0$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{KT}{A}\cdot\frac{2}{\pi} > 0 \Rightarrow \frac{K}{A} < \frac{\pi}{2T} = \frac{\pi}{2\cdot 0{,}5} = \pi$$

2) a) $F(s) = C(sI-A)^{-1}B + D = 1\cdot s^{-1}\cdot\frac{K}{T} + K = K\left(1+\frac{1}{sT}\right)$ PI-regulator

b) $u(0) = \lim_{t\to 0} u(t) = \lim_{s\to\infty} s\cdot U(s) = \lim_{s\to\infty} s\frac{F(s)}{1+F(s)G(s)}\cdot\frac{1}{s} = F(\infty) = K$ då $\lim_{s\to\infty} G(s) = 0$

3) a) $|F(j\omega)G(j\omega)| = K \Rightarrow$ Stab. då $-1<K<1$ eftersom $\exists\omega: \angle F(j\omega)G(j\omega) = 180$

b) $$1 + K\cdot\frac{1-s\frac{T_d}{2}}{1+s\frac{T_d}{2}} = 0 \Rightarrow s\frac{T_d}{2} + 1 + K - sK\frac{T_d}{2} = 0$$

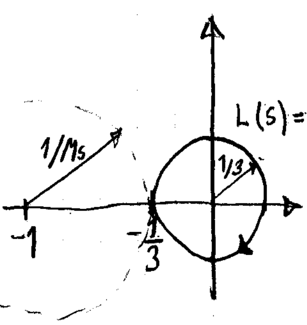
Stab. då $\frac{T_d}{2} - K\frac{T_d}{2} > 0$ dvs $K<1$ och $1+K>0$ dvs $K>-1$

$-1<K<1$ (dvs samma som i a))

c) $$M_s = \frac{1}{\min_\omega |1+K\cos\omega T - jK\sin\omega T|} = \frac{1}{\min_\omega \sqrt{(1+K\cos\omega T)^2 + K^2\sin^2\omega T}} =$$

$$= \frac{1}{\min_\omega \sqrt{1+K^2+2K\cos\omega T}} = 1{,}5$$

$\min_\omega \sqrt{1+K^2+2K\cos\omega T}$ inträffar för $\omega = \pi \pm n\cdot 2\pi$



$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{1+K^2-2K}} = \frac{1}{|1-K|} = \frac{3}{2} \Rightarrow |1-K| = \frac{2}{3}$$

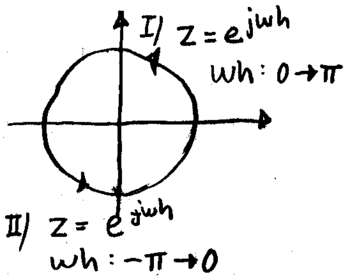
$$\Rightarrow K = \frac{1}{3} \quad \left(K = \frac{5}{3} \text{ ger instabilt system}\right)$$

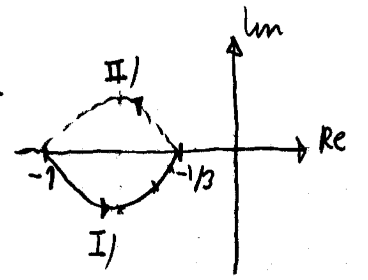
4) a) $G_d(z)$ instabil ty pol i $z=2$ (utanför enhetscirkeln)

b) $$G_d(e^{j\omega h}) = \frac{1}{e^{j\omega h}-2} = \frac{1}{\cos\omega h + j\sin\omega h - 2} = \frac{\cos\omega h - 2 - j\sin\omega h}{(\cos\omega h-2)^2+\sin^2\omega h}$$

$$= \frac{\cos\omega h - 2}{5-4\cos\omega h} - j\,\frac{\sin\omega h}{5-4\cos\omega h}$$

ωh	Re	Im
0	-1	0
$\pi/4$	$-0,60$	$-0,33$
$\pi/2$	$-2/5$	$-1/5$
$3\pi/4$	$-0,35$	$-0,090$
π	$-1/3$	0





$P=1$

$N=-1$ (1 moturs varv) för stab. syst ($Z=N+P$)

stab. då $1 < K < 3$

c) $$Z = e^{sh} \Rightarrow s = \frac{\ln Z}{h} = \frac{\ln 2}{h} = \frac{\ln 2}{0,2} = 5\ln 2 = 3,47$$

5) a) Se nästa sida

b) $\angle F_{PID}(j\omega)$ ligger i intervallet $-90°$ till $90°$ då $\beta > 1$.

$$\angle L(j\omega_c) = \underbrace{\angle G(j\omega_c)}_{-3\arctan\omega_c} + \angle F_{PID}(j\omega_c), \quad \varphi_m = 180° - 3\arctan\omega_c \pm 90°$$

$$\Rightarrow \arctan\omega_c = \frac{135° \pm 90}{3} = 45° \pm 30° = \begin{cases} 15° \\ 75° \end{cases}$$

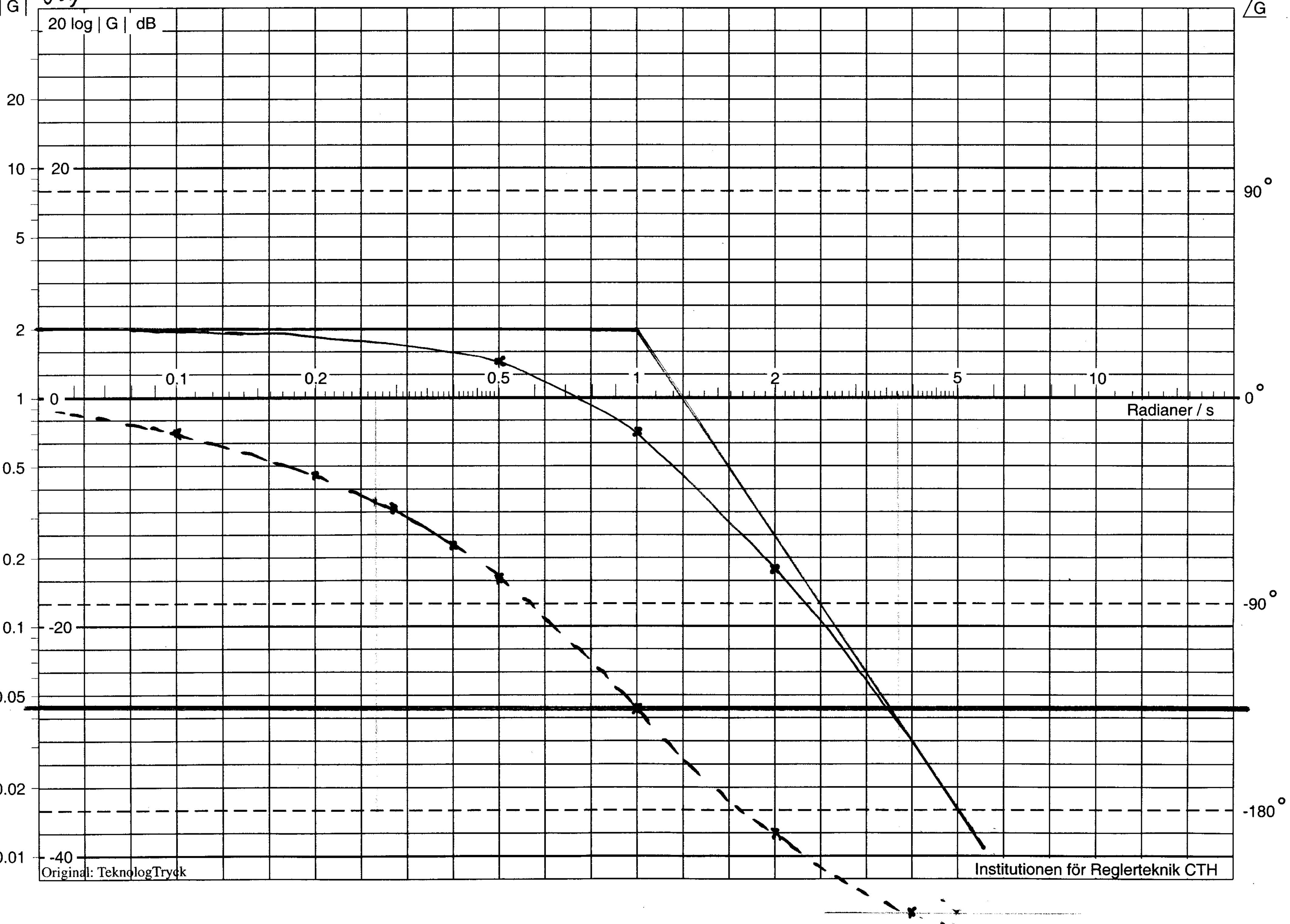
$$\Rightarrow 0,27 = \tan 15° \le \omega_c \le \tan 75° = 3,73$$

c) $$|G(j\omega_c)| = \frac{2}{(1+\omega_c^2)^{3/2}} \qquad \angle F_{PID}(j\omega_c) = -180° + \varphi_m - \angle G(j\omega_c) = -135° + 3\arctan\omega_c$$

ω_c	$\angle F_{PID}(j\omega_c)$	$K_\infty \lvert G(j\omega_c)\rvert$	β	$\omega_c\tau$	τ	$K_i = K_\infty/(\tau\beta)$
0,9	$-9°$	8,2	16,5	0,9	1	0,61
1	$0°$	7,1	14	1,1	1,1	0,65
1,1	$8,2°$	6,9	12,5	1,3	1,18	0,68
1,2	$15,6°$	5,2	11	1,5	1,25	0,73
1,3	$22,3°$	4,5	10,5	1,8	1,38	0,69
1,4	$28,4°$	3,9	10	2,2	1,57	0,64

Optimal reg. $\tau = 1,25$, $\beta = 11$, $K_i = 0,73$ för $\omega_c = 1,2$.

5a)



|G|
20 log |G| dB
∠G
Radianer / s
Original: TeknologTryck
Institutionen för Reglerteknik CTH