Reglerteknik M3

Tentamen 2004-01-13[1]

Tid: 14:15-18:15 Lokal: M-huset

Kurskod: ERE031
Lärare: Knut Åkesson, tel 0701-749525

Tentamen omfattar 6 uppgifter med totalt 30 poäng, där betyg tre fordrar 12 poäng, betyg fyra 18 poäng och betyg fem 24 poäng. Lösningar och svar till alla uppgifter ska vara klart motiverade.

Tentamenresultat anslås senast den *27 januari* kl 12:30. på avdelningens anslagstavla.

Granskning av rättning sker den *27 januari och 28 januari* kl 12:30 – 13:00 på avdelningen.

Tillåtna hjälpmedel:

- Formelsamlingen till Reglerteknikens grunder
- Bodediagram
- Beta och Physics handbook, TEFYMA
- Valfri kalkylator med rensat minne, ej handdator.

Inga anteckningar är tillåtna!

Avdelningen för reglerteknik och automation
Institutionen för signaler och system
Chalmers tekniska högskola

[1]Denna version innehåller några mindre rättelser jämfört den ursprungliga tentamen.

1

Vilka av följande påståenden är korrekta - motivera kort?

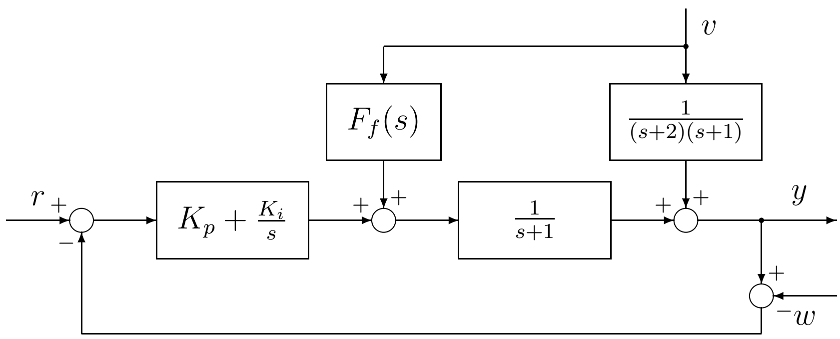
a) I-delen i en PID-regulator har till uppgift att förbättra stabiliteten. (1p)

b) Stigtiden ökar med dödtiden. (1p)

c) Ett system med rationell överföringsfunktion är minimumfas, då och endast då överföringsfunktionen inte har några poler eller nollställen i vänstra halvplanet. (1p)

2

Betrakta det återkopplade systemet nedan.

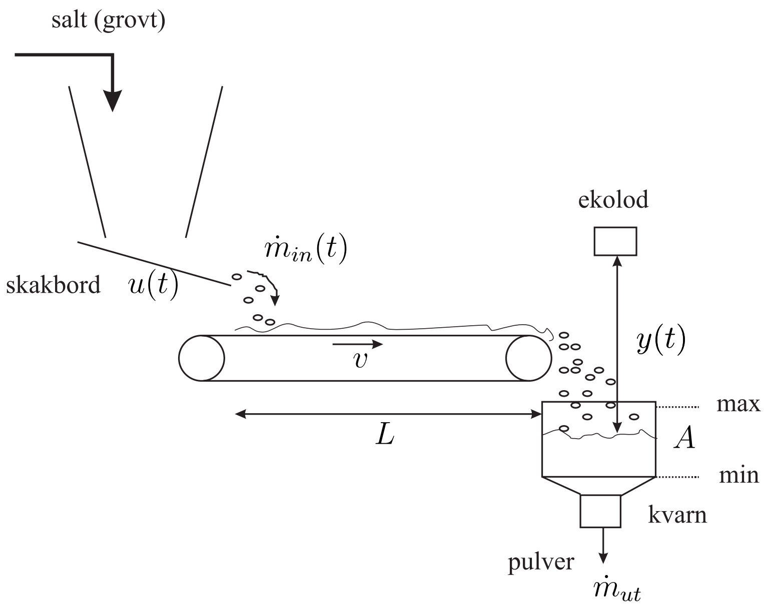


a) Bestäm för vilka K_p och K_i det återkopplade systemet är stabilt. (2p)

b) Bestäm $F_f(s)$ så att processtörningen v ej påverkar utsignalen y. Antag ideala förhållanden, dvs att verkligheten och modellen stämmer överens. (2p)

3

Ett salt som skall lösas levereras i grov form och mals först ned till pulver. Detta sker genom att de grova saltkristallerna skakas ned på ett transportband där de uppsamlas och males i en kvarn, se figuren nedan.



Det är mycket viktigt att kvarnen ej går tom och naturligtvis också att uppsamlaren ej överfylls. För att se till att så inte blir fallet har man installerat ett ekolod som ger avståndet y mellan ekolodet och nivån i uppsamlaren. Signalen avser man att använda för PD-reglering så att man via skakfrekvensen $u(t)$ matar rätt massaflöde $\dot{m}_{in}(t)$ på bandet.
Kvarnen maler ett konstant massaflöde $\dot{m}_{ut}(t)$, bandhastigheten är $v = 1$ m/s, längden på bandet är $L = 10$ m, arean på uppsamlaren är $A = 0.5$ m^2 och $\dot{m}_{in}(t)$ förhåller sig till styrsignalen som

$$\dot{m}_{in}(t) = 200u(t) \text{ kg/s}$$

Tyvärr visar det sig svårt att exakt påverka $\dot{m}_{in}(t)$ eftersom kristallernas grovhet varierar, detta kan tolkas som en processtörning.

a) Visa att överföringsfunktionen som beskriver hur ändringar i styrsignalen u påverkar utsignalen y (i meter) är

$$G(s) = -0.1\frac{e^{-10s}}{s}$$

där tiden har enheten sekunder. Det grova saltet antas ha en densitet på 4000 kg/m^3 och du kan bortse från falltiderna mellan skakbord och transportband samt transportband och uppsamlaren.

(3p)

b) Designa en PD-regulator

$$F_{PD}(s) = K_p \frac{1 + s\tau_d}{1 + s\tau_d/b}$$

så att kretsöverföringen $L(s) = F_{PD}(s)G(s)$ har överkorsningsfrekvensen $\omega_c = 0.15$ och det återkopplade systemet har fasmarginalen $\varphi_m = 50°$.

(4p)

c) Det visar sig att processtörningarna är så häftiga att trots regleringen så händer det ofta att man måste nödstoppa processen p g a att nivån ligger utanför de önskade minimum och maximumnivåerna (se figuren). Efter att ha blivit godkänd på reglerteknikkursen kallas du in för att föreslå en modifiering av systemet för att minska problemen med nödstoppen. Du föreslår då att de ska börja styra bandhastigheten v. Varför skulle det vara lättare att konstruera en regulator som höll nivån innanför gränserna om man även kunde styra bandhastigheten och vad mer skulle man behöva ta hänsyn till för att få ett väl fungerande system?

(2p)

4

En inverterad pendel placerad på en vagn kan beskrivs av följande olinjära differentialekvation.

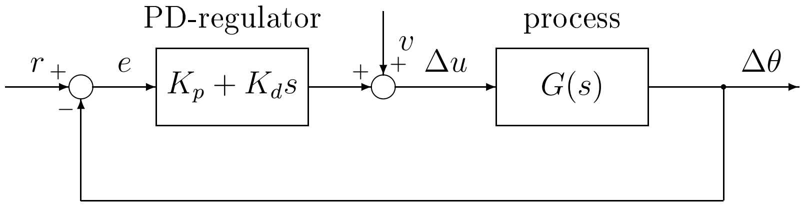
$$\frac{d^2\theta(t)}{dt^2} = \omega_0^2 \sin\theta(t) + u(t)\frac{\omega_0^2}{g}\cos\theta(t)$$

Insignalen är vagnens acceleration $u(t)$ och utsignalen är vinkeln på pendeln $\theta(t)$. Genom att linearisera systemet runt jämviktspunkten $\theta = 0$ fås följande linjära tillståndsmodell[2].

$$\begin{cases} \Delta\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \omega_o^2 & 0 \end{bmatrix} \Delta x + \begin{bmatrix} 1 \\ \omega_o^2/g \end{bmatrix} \Delta u \\ \\ \Delta\theta = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \Delta x \end{cases}$$

[2]Kommentar tillagd efter tentan: Tyvärr visade det sig att B-matrisen ovan borde varit $\begin{bmatrix} 0 & \omega_o^2/g \end{bmatrix}^T$ för att stämma överens med den olinjära differential ekvationen ovan. Detta påverkar dock inte uppgiften eftersom den endast bygger på den linjärsierade tillståndsmodellen.

Δu och $\Delta\theta$ är avvikelserna kring jämviktspunkten ovan. Betrakta det återkopplade systemet nedan, där vi har en PD-regulator som styr vagnens accelaration i syfte att balansera pendeln kring jämviktspunkten.



a) Visa att då $\omega_o^2 = g = 10$ så blir överföringsfunktionen, från Δu till $\Delta\theta$, för den linjära tillståndsmodellen ovan

$$G(s) = \frac{s+1}{s^2-10}.$$

(3p)

b) Varför är det ingen bra idé att rita ett Bodediagram för ovanstående $G(s)$?

(2p)

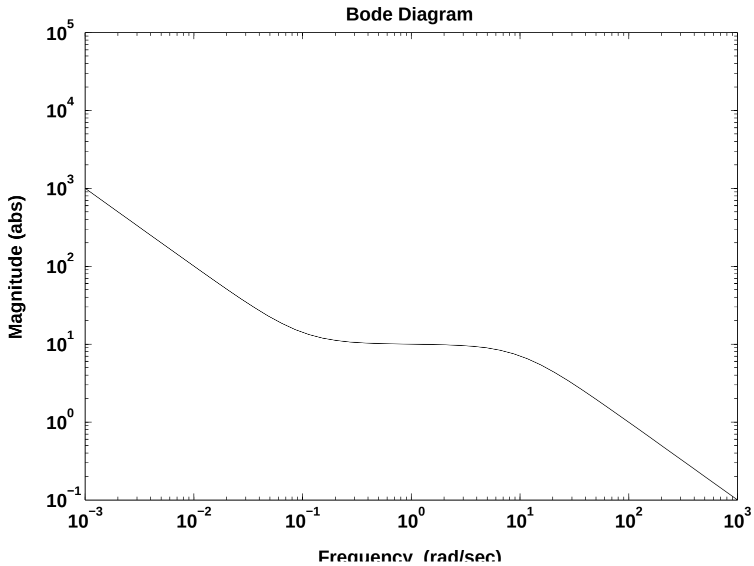
c) Designa en PD-regulator, dvs bestäm K_p och K_d ovan, så att det återkopplade systemet är stabilt.

(2p)

5

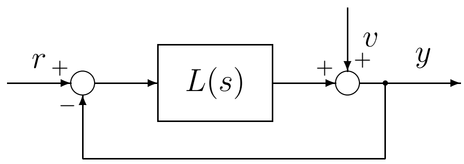
I figuren nedan ser vi amplituddelen av Bodediagrammet för en rationell överföringsfunktion utan dödtid och med alla poler och nollställen i vänster halvplan. Skissa Nyquistdiagrammet (för $0 < \omega < \infty$) för den överföringsfunktion som gav upphov till Bodediagrammet nedan. *Ledning:* Börja med att bestämma överföringsfunktionen som ger upphov till amplituddiagrammet.

(4p)



6

Betrakta det återkopplade systemet i figuren nedan.



Känslighetsfunktionen $S = 1/(1+L)$ och komplementära känslighetsfunktionen $T = L/(1+L)$ är av stort intresse eftersom, bland annat, S kan tolkas som hur en processtörning v påverkar utsignalen y och T kan tolkas som hur referenssignalen r påverkar y. I denna uppgift ska vi beräkna ett intervall som $|S(j\omega_b)|$ måste befinna sig inom baserat på att vi enbart känner till $|T(j0)|$. ω_b är bandbredden för överföringsfunktionen från r till y.
Bestäm en undre gräns, strikt större än 0, och en övre gräns, strikt mindre än ∞, för $|S(j\omega_b)|$ som enbart beror på $|T(j0)|$. *Ledning:* För två komplexa tal z_1 och z_2 gäller att

$$|z_1| - |z_2| \leq |z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|.$$

(3p)

LYCKA TILL!

M3 : 2004-01-13

1/ a) Nej. I-delen ökar fasvridningen och påverkar på så sätt fasvridningen negativt.

b) Nej. Stigtiden är från 10% till 90% och påverkas således ej av dödtiden.

c) Nej. Minimum fas kräver att alla nollställen ska vara i vänster halvplan.

2) $L = \frac{K_i + K_p s}{s(s+1)} \Rightarrow$ Karakteristiska ekv. (k.e) $K_i + K_p s + s(s+1) = 0$

R-H

$$\begin{array}{c|cc} s^2 & 1 & K_i \\ s^1 & K_p+1 & 0 \\ s^0 & K_i & \end{array} \Rightarrow \text{stabilt då} \begin{cases} K_p + 1 > 0 \\ K_i > 0 \end{cases} \Rightarrow \underline{\underline{\begin{cases} K_p > -1 \\ K_i > 0 \end{cases}}}$$

b) $$G_{vy} = \frac{F_f \cdot \frac{1}{s+1} + \frac{1}{(s+2)(s+1)}}{1+L}$$ V påverkar ej y då $G_{vy} = 0$

$$\Rightarrow F_f \cdot \frac{1}{s+1} + \frac{1}{(s+2)(s+1)} = 0 \Rightarrow \underline{\underline{F_f = -\frac{1}{s+2}}}$$

3/ a) Massbalans över kvarnen $\Rightarrow \frac{d}{dt}(Ah\rho) = \dot{m}_{in}(t - \frac{L}{v}) - \dot{m}_{ut}$

$$\Rightarrow \Delta\dot{y} = -\Delta\dot{h} = -\frac{1}{A\rho}\Delta\dot{m}_{in}(t - \frac{L}{v}) = -\frac{200}{A\rho}\Delta u(t - \frac{L}{v})$$

Laplace $s\Delta Y(s) = -\frac{200}{A\rho} e^{-s\frac{L}{v}} \Delta U(s) \Rightarrow \underline{\underline{G(s) = -0{,}1\frac{e^{-10s}}{s}}}$

b) Minustecknet i processen tar vi ut genom att multiplicera regulatorn med -1 då vi räknat fram för ett G utan -1 framför.

$|G(j\omega)| = \frac{0.1}{\omega}$, $\arg G(j\omega) = -90° - 10\omega \cdot \frac{180°}{\pi} \Rightarrow \arg G(j\omega_c) = -176°$ $(\omega_c = 0.15)$

$\varphi_m = 50° \Rightarrow$ höj fasen $46°$. ur FS. $\rightarrow b \approx 6 \Rightarrow \tau_d = \frac{\sqrt{6}}{0{,}15} \approx 16{,}3 \Rightarrow K_p = \frac{1}{|G(j\omega_c)| \cdot \sqrt{6}} =$

$$= \frac{0.15}{0.1\sqrt{6}} = 0.61 \Rightarrow F_{PD} = -0.61\frac{1 + 16{,}3s}{1 + 2{,}72s}$$

Eftersom vi hade ett minustecken i G.

c) Om vi kan styra bandhastigheten störs vi inte av dödtiden, å andra sidan måste vi garantera att inte transportbandet blir överfullt.

4/ a) $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 10 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$, $C = [1 \;\; 0]$, $D = 0$. $G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$

$$\Rightarrow G(s) = [1 \;\; 0]\begin{bmatrix} s & -1 \\ -10 & s \end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{s^2 - 10} \cdot [1 \;\; 0]\begin{bmatrix} s & 1 \\ 10 & s \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \underline{\underline{\frac{s+1}{s^2-10}}}$$

b) G(s) instabil ty pol i $+\sqrt{10}$

$$\left.\sin(\omega t) \longrightarrow \boxed{G(s)} \longrightarrow |G(j\omega)| \sin(\omega t + \arg G(j\omega))\right\}$$ Gäller enbart då G(s) stabil.

c) k.e. $\Rightarrow (K_p + K_d \cdot s)(s+1) + (s^2 - 10) = 0$

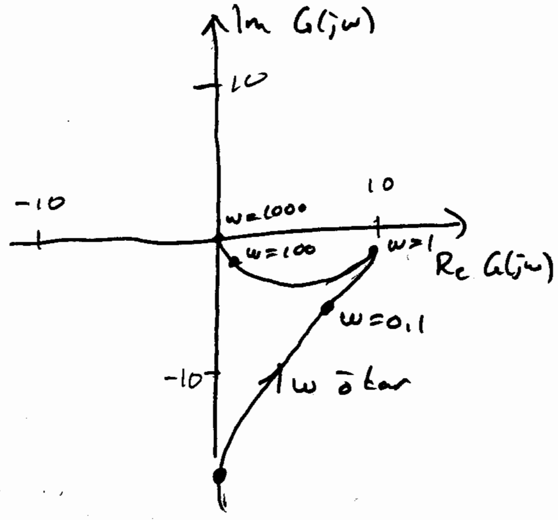
$$\left.\begin{array}{c|cc} s^2 & 1+K_d & K_p - 10 \\ s^1 & K_p + K_d & 0 \\ s^0 & K_p - 10 & \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} 1 + K_d > 0 \\ K_p + K_d > 0 \\ K_p - 10 > 0 \end{array} \text{ alt. } \begin{pmatrix} 1 + K_d < 0 \\ K_p + K_d < 0 \\ K_p - 10 < 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} K_p > 10 \\ K_d > -1 \\ K_p > -K_d \end{cases}$$

Stabil regulator, exempelvis: $\begin{cases} K_p = 11 \\ K_d = 0 \end{cases}$!!

5) Ur figuren $G(s) = \frac{1}{s}\frac{(1+\frac{s}{0.1})}{(1+\frac{s}{10})}$ $\Rightarrow \arg G(j\omega) = -90^\circ + \arctan(\frac{\omega}{0.1}) - \arctan(\frac{\omega}{10})$

ω	$\arg G(j\omega)$	$\lvert G(j\omega)\rvert$ (kan läsas av i figuren eller räknas ut)
0.001	-90°	1000
0.01	-85°	100
0.1	-45°	10
1	-11°	10
10	-45°	10
100	-84°	1
1000	-90°	0.1

$\Longrightarrow$



6) $S = \frac{1}{1+L}$, $T = \frac{L}{1+L}$ $\Rightarrow S+T = \frac{1}{1+L} + \frac{L}{1+L} = 1$

Utnyttja ledningen $\Rightarrow |S(j\omega)| - |T(j\omega)| \le \overbrace{|S(j\omega)+T(j\omega)|}^{=1} \le |S(j\omega)| + |T(j\omega)|$

Från det av bandbredd vet vi att $|T(j\omega_b)| = \frac{|T(0)|}{\sqrt{2}}$,

$$|S(j\omega_b)| - \frac{|T(0)|}{\sqrt{2}} \le 1 \le |S(j\omega_b)| + \frac{|T(0)|}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow -1 - \frac{|T(0)|}{\sqrt{2}} \le -|S(j\omega_b)| \le -1 + \frac{|T(0)|}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{1 - \frac{|T(0)|}{\sqrt{2}} \le |S(j\omega_b)| \le 1 + \frac{|T(0)|}{\sqrt{2}}}}$$