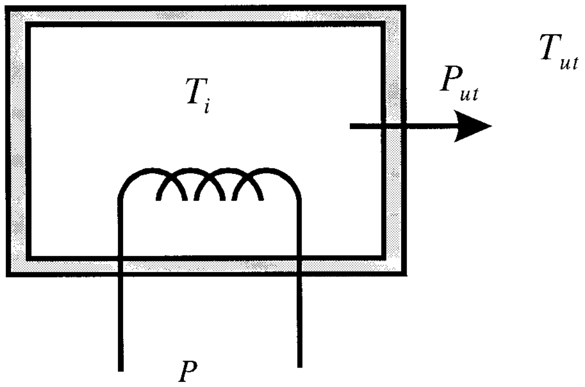
1. Skissa stegsvaret för överföringsfunktionen $G(s) = \frac{4}{s(4+8s)} e^{-2s}$. (2)

2. Betrakta nedanstående elektriskt uppvärmda ugn med ineffekt P och värmeförlust P_{ut}. T_i och T_{ut} betecknar temperaturen i ugnen och utetemperaturen. Lägg märke till att värmeförlusten beror olinjärt på temperaturerna. Anta att den inneslutna luftens V, ρ och värmekapacitivitet c är kända.



$$P_{ut} = k(T_i - T_{ut})^2$$

   a. Linjärisera värmeförlusten kring den stationära arbetspunkten där $P = P_0$ och $T_{ut} = T_0$. *OBS: Det räcker att ange arbetspunkten för T_i, $T_{i,0}$, som en funktion.* Inför för beräkningarna i uppgift b följande beteckningar för den linjäriserade värmeförlusten: $\Delta P_{ut} = k_1 \Delta T_i + k_2 \Delta T_{ut}$. (4)

   b. Bestäm den linjära överföringsfunktionen $G(s) = T_i(s) / P(s)$. (2)

3. I slutet av tentatesen hittar du den asymptotiska amplitudkurvan för en industriell process som även innehåller en dödtid av uppskattningsvis 0.3 sekunder.

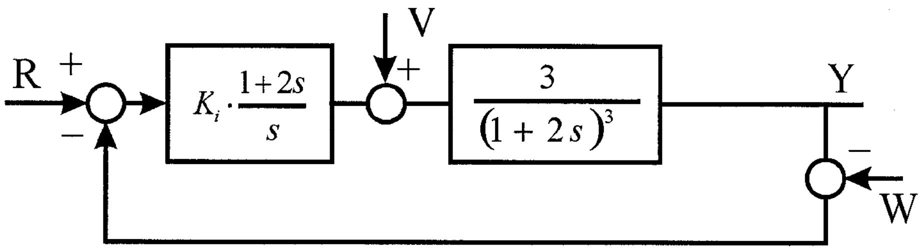
   a. Bestäm processens överföringsfunktion samt rita in dess fas- och amplitudkurva (glöm inte dödtiden!) i Bodediagrammet. (3)
   b. Bestäm P-regulatorn som ger det reglerade systemet en amplitudmarginal av $A_m = 2{,}5$ ggr. (2)
   c. Robusthetsanalys: Hur stor får den verkliga dödtiden i processen maximalt vara (vi har dimensionerat P-regulatorn under antagandet att dödtiden är 0,3 sekunder) för att systemet ska ha en garanterad amplitudmarginal av $A_m = 2$ ggr? (2)

   (GLÖM INTE ATT SKICKA MED BODEDIAGRAMMET!)

4. Ett servosystem med överföringsfunktion $G(s) = \dfrac{1}{s \cdot (s+8)^2}$ ska regleras så att kvarstående fel efter stegstörning $e_V = 0$, fasmarginalen $\varphi_m \approx 50^\circ$ vid $\omega_c = 0.3 \cdot \omega_{\pi,proc}$ ($\omega_{\pi,proc}$ betecknar servosystemets ω_π). Dimensionera en lämplig regulator. (5)

Hur skulle du principiellt modifiera regulatorn för att få en snabbare respons på börvärdesändringar? (1)

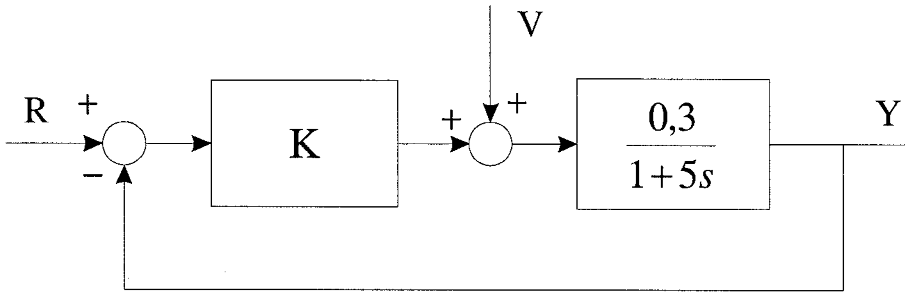
5. En process ska regleras med hjälp av en PI-regulator, där T_i redan har valts för att förkorta en av processens tidskonstanter.



a. I vilket intervall måste K_i väljas för att få en amplitudmarginal $2 \le A_m \le 3$? (3)

b. Med relevanta K_i från uppgift a, vilket av dessa K_i ger minsta kvarstående fel vid en stegformad störning $v(t) = \sigma(t)$? (2)

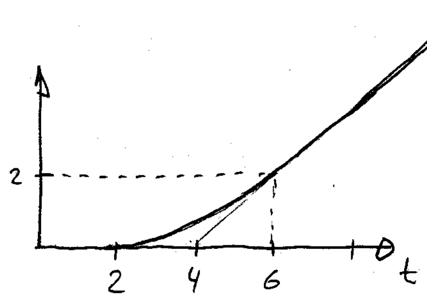
6. Nedanstående reglersystem utsätts för en sinusformade nätbrum vid börvärdesgenerering med en frekvens av 50 Hz och en amplitud av 0,3 enheter. Vad blir den stationära utsignalen $y(t) = ?$ då regulatorn väljs till $K = 200$? (4)



Tentamen Regler

1) $G(s) = \frac{1}{s(1+2s)} e^{-2s}$

stegsvar: integration med tidskonstant
+ dödtid



2)a) $\rho V c \dot{T}_i = P - k(T_i - T_{ut})^2$

AP: $0 = P - k(T_i - T_{ut})^2$ då $P = P_0$

$T_{ut} = T_0$

$T_i = T_{i,0}$

$$P_0 - k(T_{i,0}^2 - 2T_{i,0}T_0 + T_0^2) = 0$$

$$\rightarrow T_{i,0}$$

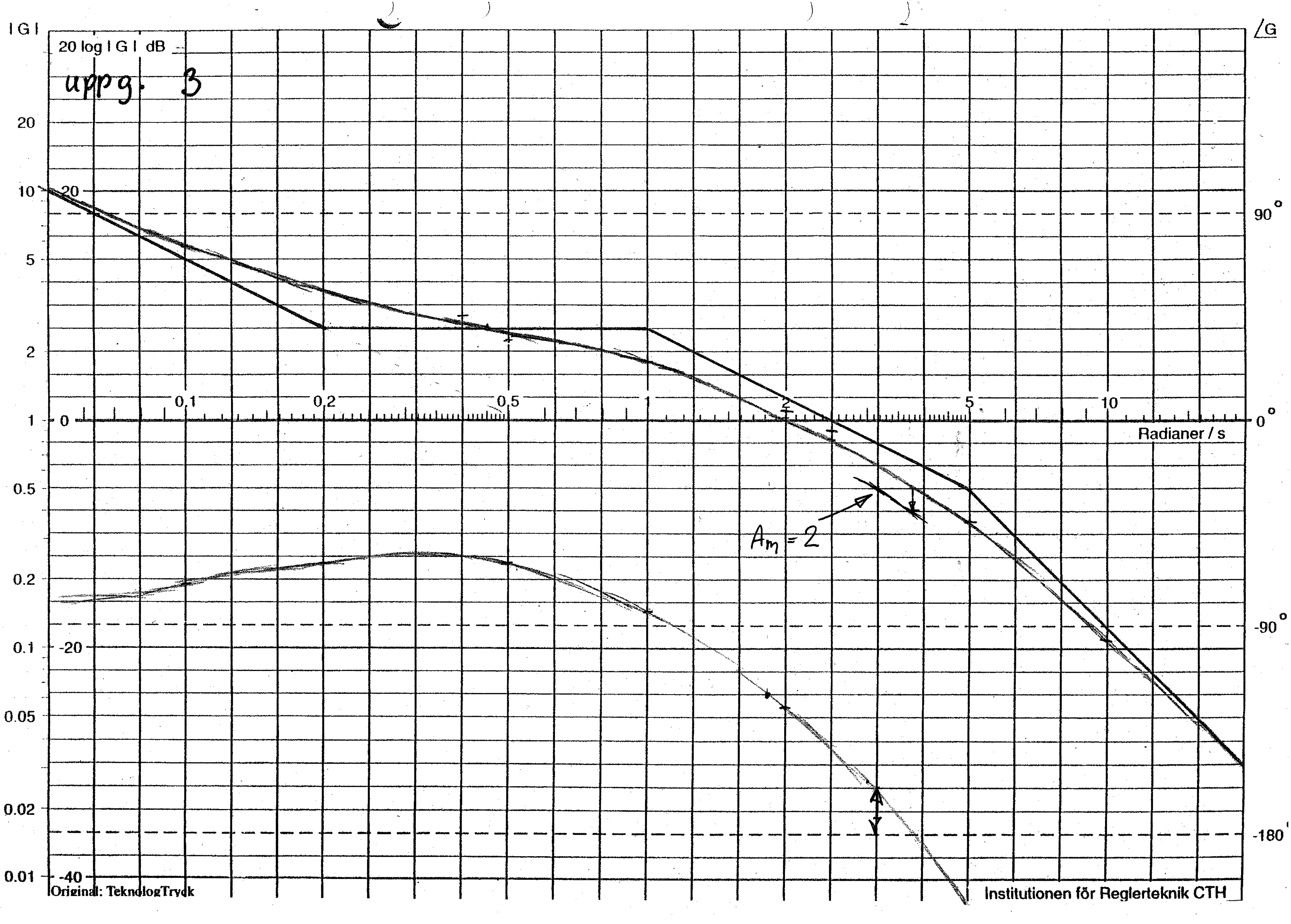
linjärisering: $P_{ut} = k(T_i - T_{ut})^2 = f(T_i, T_{ut})$

$$\Delta P_{ut} = \left.\frac{\partial f}{\partial T_i}\right|_{AP} \Delta T_i + \left.\frac{\partial f}{\partial T_{ut}}\right|_{AP} \Delta T_{ut} =$$

$$= \underbrace{2k(T_{i,0} - T_0)}_{k_1} \Delta T_i + \underbrace{2k(T_{i,0} - T_0)(-1)}_{k_2} \Delta T_{ut}$$

$$\rho V c \dot{T}_i = P - k_1 \Delta T_i - k_2 \Delta T_{ut}$$

b) $G(s) = \frac{T_i(s)}{P(s)} = \frac{1}{\rho V c s + k_1}$


|G|
20 log |G| dB
uppg. 3
20
10
20
5
2
1
0
0.5
0.2
0.1
-20
0.05
0.02
0.01
-40
0.1
0.2
0.5
1
2
5
10
Radianer / s
/G
90°
0°
-90°
-180
Am = 2
Original: TeknologTryck
Institutionen för Reglerteknik CTH

3. a) $G(s) = \frac{0{,}5\,(1+5s)}{s\,(1+s)(1+0{,}2s)}$

$\varphi_G(\omega) = -90 - \mathrm{atan}\,\omega - \mathrm{atan}\,0{,}2\omega + \mathrm{atan}\,5\omega - 0{,}3\omega\,\frac{180}{\pi}$

b) $A_m = 2{,}5 \Rightarrow F_\varphi(s) = -2{,}2\ \mathrm{dB} = 0{,}78$

c) $A_m = 2 \Rightarrow$ kan sänka fasen med $20°$ vid $\omega = 3{,}2\ \text{r/s}$

detta motsvarar en extra dödtid ΔT_d

$$-\Delta T_d\,\omega\,\frac{180}{\pi} = -20°$$

$$\Delta T_d = 0{,}11$$

$\rightarrow$ tillåten dödtid : $T_{d,max} = 0{,}3 + \Delta T_d = 0{,}41$ sek

4. $G(s) = \frac{1/64}{s\,(1+\frac{1}{8}s)^2}$

$\omega_{\pi,proc}$: $\varphi_m = -90° - 2\,\mathrm{atan}\,\frac{1}{8}\omega_{\pi,proc} = -180°$

$$\omega_{\pi,proc} = 8\ \text{rad/sek}$$

$\omega_c = 2{,}4$ rad/sek

$e_v = 0 \Rightarrow$ PI - regulator

$\varphi_G(\omega_c) = -90 - 2\,\mathrm{atan}\,\frac{2{,}4}{8} = -123{,}4°$

$\Rightarrow \varphi_F(\omega_c) = -6{,}6^\circ$ för att åstadkomma $\varphi_m = 50^\circ$

$T_i \omega_c \approx 7{,}5 \Rightarrow T_i = 3{,}125$ (diagram)

$K_i |G(j\omega_c)| / \omega_c \approx 0{,}12$ (diagram)

$$|G(j\omega_c)| = \frac{1/64}{\omega_c \left(1 + \frac{\omega_c^2}{64}\right)} = 0{,}00597 \approx 0{,}006$$

$$\rightarrow K_i = \frac{0{,}12 \cdot \omega_c}{0{,}006} = 48$$

$$F_{PI} = 48 \cdot \frac{1 + 3{,}125 s}{s}$$

---

5. a) $L = \dfrac{3K_i}{s(1+2s)^2}$

kar ekv. $4s^3 + 4s^2 + s + 3K_i = 0$

R-H:

s^3	4	1
s^2	4	$3K_i$
s^1	$\frac{4-12K_i}{4}$	0
s^0	$3K_i$	

$K_i \geq 0$

$1 - 3K_i \geq 0$

$K_i \leq \frac{1}{3}$

$2 \leq A_m \leq 3 \Rightarrow \frac{1}{9} \leq K_i \leq \frac{1}{6}$

b) $e_v = \lim_{s \to 0} s \cdot G_{ve} \cdot V(s)$

$$G_{ve}(s) = \frac{-\frac{3}{(1+2s)^3}}{1 + \frac{3K_i}{s(1+2s)^2}} = \frac{-3s}{s(1+2s)^3 + 3K_i(1+2s)}$$

$$e_v = \lim_{s \to 0} \cancel{s} \cdot \left(-\frac{3s}{s(1+2s)^3 + 3K_i(1+2s)}\right) \cdot \cancel{\frac{1}{s}} = 0$$ oberoende av K_i

Alt: PI regulator ger inget kvarst. fel efter stegstörning

6. $$\frac{Y}{R} = \frac{0{,}3\,K}{1+0{,}3K+5s} \qquad K = 200$$

$$\frac{Y}{R} = \frac{60}{1+60+5s} = \frac{60}{5s+61}$$

$$\left|\frac{Y}{R}\right| = \frac{60}{\sqrt{61^2 + 25(100\pi)^2}} = 0{,}038$$

fasförskjutning: $- \arctan \frac{5 \cdot 100\pi}{61} = -87{,}8^\circ$

$$y_{ut} = \underbrace{0{,}3 \cdot 0{,}038}_{0{,}0114} \sin\left(100\pi t - \underbrace{87{,}8^\circ \tfrac{\pi}{180}}_{\text{rad}: 1{,}53}\right)$$